Т.И. АРСЕНЬЯН

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ТРОПОСФЕРЕ

(Курс лекций для студентов 5-ого курса)

1. ВВЕДЕНИЕ

1-1. Области применения тропосферных каналов

Практическое использование радиоволн с использованием тропосферных трасс весьма многообразно и включает, среди прочих:

1. осуществление различных видов связи (телевидение, телеграф, телефон и др.);
2. обнаружение и определение местоположения различных объектов (радиолокация);
3. управление различными системами на расстоянии (радиотелемеханика);
4. определение направления на излучающую станцию (радиопеленгация, радионавигация);
5. измерение расстояний (дальнометрия);
6. дистанционное зондирование канала распространения.

Несмотря на такое разнообразие применений, все они имеют много общего –°все используют так называемую линию радиосвязи или канал радиосвязи. Только в одних случаях через канал осуществляется связь и передается информация, в других – ведется радиолокационное наблюдение, и так далее.

Задача практического использования радиоволн состоит в обеспечении надёжной связи между объектами, будь то наземные, надземные, космические или межпланетные объекты. При этом, естественно, речь идёт о понимании связи в широком смысле, –°как передаче информации между такими объектами. Кроме того, создание приборов, управляемых на расстоянии, радионаблюдение и радиообнаружение движущихся объектов, локация метеорологических образований и другие применения электромагнитных волн в важнейших научно-технических проблемах теснейшим образом связаны с глубоким изучением основного канала передачи электромагнитной энергии – оболочки Земли –° и его влияния на эффективность передачи информации.

1-2. Основные элементы канала связи

Канал связи включает три составных элемента: приемные и передающие устройства и среду, в которой распространяются волны. Изучение приемных и передающих систем не входит в программу данного курса. Нас будет интересовать собственно канал, по которому передаётся уже сформированное информационное сообщение. Таким каналом, соединяющим передатчик и приёмник, могут служить провода, кабельные линии, волокно, волноводные линии и так далее, иначе говоря, специально созданные направляющие системы различных типов. Каналы имеют специфические особенности, требующие детального изучения.

Ограничим задачу знакомством с каналами передачи, включающими только естественные среды. В число таких сред входят атмосферы Земли и планет и космическое пространство. Можно передавать информацию через

водные пространства. Существует понятие подземной связи. Для каждой из этих сред характерны специфические особенности, определяющие их влияние на распространяющиеся волны. Их использование требует не просто приспособления техники к условиям среды, а фундаментального изучения процессов взаимодействия этих сред с электромагнитным излучением. Именно фундаментальные исследования приводят к, если можно так выразиться, «прорывам», позволяющим наиболее рационально использовать возможности конкретных каналов. Мы ограничимся изучением каналов, работающих в пределах нижней части земной атмосферы – тропосфере.

На рис. 1 схематично представлена простейшая линия радиосвязи, в которой передатчик *A* и приемник *B* располагаются по концам линии. Радиолинии такого типа применяются в устройствах связи и телеуправления. Сплошной линией отмечена траектория распространения радиоволн (на рисунке представлен общий случай, когда волны отражаются от верхнего слоя атмосферы –°ионосферы).

Существуют линии, в которых передатчик и приемник размещаются в одном из конечных пунктов. Вторичный излучатель, – проводящее или полупроводящее тело, находящееся на определённом расстоянии от излучателя, – под действием падающих на него электромагнитных волн становится источником вторичного излучения. Такая схема представлена на рис. 2. Один из вторичных лучей попадает в приемную антенну и регистрируется приемным устройством. Линии такого типа используются в радиолокации, радионавигации, дальномерных устройствах. Здесь *A* – передатчик, *B* – приемник, *C* – облучаемый объект.

Использование радиолиний различного назначения предполагает передачу сигналов. Различия в радиолиниях сводятся, в конечном счете, к различию в форме излучаемых сигналов и вызываемом ими конечном эффекте в приемном устройстве.

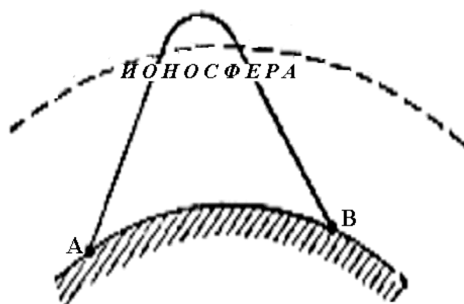


Рис. 1. Схематическое изображение простейшей линии радиосвязи для устройств связи и телеуправления.

В линиях радиосвязи передаваемые сигналы носят смысловой характер. Это информация может отражать текст, телефонный разговор, телеграфное сообщение и так далее. То же относится и к телемеханическим системам.

В радиолокационных системах передаваемые сигналы более просты. Обычно это последовательность импульсов определённой формы, длительности и частоты повторения. Работа радиолокационного устройства состоит в том, что сигналы обнаруживаются в приемнике только при вполне определенной ориентации антенны. При других положениях антенны сигналы отсутствуют. Наличие объекта определяется самим фактом появления сигналов. На этом же основано действие радиомаяков и радионавигационных систем.

Можно, таким образом, утверждать, что в радиолиниях различного назначения сигналы отличаются характером модуляции.

1-3. Условия обеспечения надёжной работы радиолиний и диапазоны волн

Надёжная работа радиолиний обусловлена, во-первых, качественной работой приемо-передающих устройств; во-вторых, правильным выбором рабочей частоты, приемных и передающих антенн, и, в-третьих, условиями распространения волн.

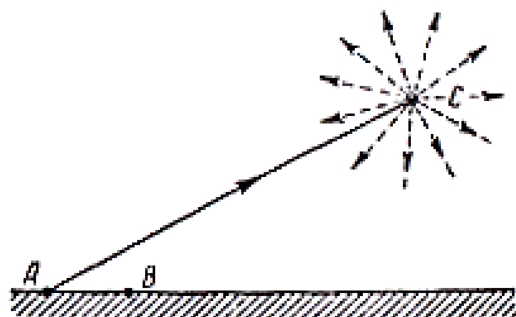


Рис. 2. Схематическое изображение простейшей линии радиосвязи для систем радиолокации, радионавигации, дальномерных устройств.

Безупречно работающие передатчик и приемник еще не обеспечат устойчивой и надёжной работы радиолинии. При неправильно выбранной рабочей частоте радиоволны могут не попасть в точку приема. Воздействие на них среды распространения, – канала, – может оказаться настолько сильным, что поле в точке приема окажется недостаточным для уверенного приема сигналов.

Такое воздействие среды (окружающая земной шар атмосфера, поверхность и толща земной коры, водные пространства и так далее) на распространяющиеся в ней электромагнитные волны сказывается во многих аспектах.

Во-первых, среда ослабляет распространяющиеся в ней волны. Под этим понимается общее уменьшение напряженности поля, вызванное естественным рассеянием энергии волны, поглощением в среде и уменьшением поля волны при огибании встречающихся на пути ее распространения препятствий (к

примеру, это может кривизна земной поверхности, разного рода препятствия и т.д.).

Во-вторых, среда распространения, как мы выясним в дальнейшем, случайно неоднородна во времени и пространстве и служит, таким образом, источником искажений передаваемых сигналов.

Условия приема определяются величиной напряженности поля приходящей волны, формой сигнала и уровнем помех, включающих воздействие случайных неоднородностей канала.

В настоящее время для передачи информации по линиям связи используют широкий диапазон длин волн, начиная от сверхдлинных и до волн оптического диапазона. Выбор соответствующей длины волны в очень большой степени определяется особенностями канала распространения.

Изучение взаимодействия каналов с электромагнитными волнами разных диапазонов привело к тому, что сейчас общий характер взаимодействия среды и сигнала определяют через диапазон длин волн. Основные диапазоны можно представить следующим образом:

Сверхдлинные волны *СДВ* – с длиной волны больше 10000 м – слабо поглощаются земной поверхностью. На их распространение сильно влияет ионосфера. Нижние слои ионосферы вместе с земной поверхностью образуют волновод, внутри которого такие волны и распространяются (многократные отражения от ионосферы и земной поверхности).

Длинные волны *ДВ* – с длиной волны от 10000 до 1000 м – сильно поглощаются земной корой, хорошо огибают Землю как за счет дифракции вокруг Земли, так и за счет волновода земная поверхность – ионосфера.

Средние волны *СВ* – с длиной волны от 1000 до 100 м – сильно поглощаются областью *D* ионосферы. Поэтому днем, когда область *D* существует, они распространяются только благодаря дифракции вокруг Земли. Ночью, с исчезновением слоя *D*, дальность их распространения сильно возрастает за счет отражения от верхних слоев ионосферы. На распространение волн этого диапазона сильно влияют неоднородности почвы и неровности земной поверхности.

Короткие волны КВ – с длиной волны от 100 до 10 м – за счет дифракции вокруг Земли распространяются на сравнительно небольшие расстояния. Однако из-за отражения от ионосферы они могут распространяться до антипода – противоположной точки земного шара.

Ультракороткие волны *УКВ* – с длиной волны меньше 7 – 8 м. В этом диапазоне выделяют дециметровый, сантиметровый, миллиметровый, субмиллиметровый и оптический поддиапазоны. Для дециметровых и более коротких волн ионосфера практически прозрачна, и именно тропосфера оказывает определяющее влияние на их распространение. Эти волны распространяются как прямолинейно, так и за счет дифракции (на сравнительно небольшие расстояния). Они могут отражаться от земной поверхности. За счет рассеяния на неоднородностях среды они могут распространяться далеко за горизонт (дальнее тропосферное распространение) При этом сильному

влиянию гидрометеоров (рассеяние и поглощение в облаках, дожде, тумане и др.) подвержены волны сантиметрового, миллиметрового и субмиллиметрового и оптического поддиапазонов. Миллиметровые и более короткие волны также активно поглощаются газами атмосферы.

1-4. Задачи канала передачи информации

Задача любого действующего канала – передача конкретной информации на требуемое расстояние. Поэтому перед пользователями и конструкторами возникают две основные задачи:

1. рассчитать напряженность поля в точке приема при известных параметрах радиопередающего устройства и определить условия, обеспечивающие получение наибольшей напряженности поля в пункте приема.
2. изучить возникающие в процессе распространения искажения сигнала и разработать подходы, позволяющие свести искажения сигнала при передаче к минимуму.

Естественно, что решение этих задач возможно только при условии предварительного изучения физических процессов, характеризующих распространение радиоволн различных диапазонов.

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН В ОДНОРОДНОЙ НЕПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ (СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ)

2.1. Общая характеристика расчета напряженности поля

Прежде, чем рассматривать ослабляющее действие земной поверхности и приземных слоёв воздуха, остановимся на простейшем случае распространения электромагнитных волн в однородной непоглощающей среде.

Напряженность поля E в любой точке зоны излучения определяется соотношением:

$$|E| = FE_{св}. \tag{2.1}$$

Здесь $E_{св}$ – напряженность поля в той же точке и при той же передающей антенне, но в условиях свободного пространства. Под свободным пространством понимается безграничная однородная среда с показателем преломления n = 1. Величина F характеризует влияние границ раздела в случае реальных условий распространения электромагнитных волн и носит название множителя распространения или функции ослабления.

Значение напряженности поля в свободном пространстве может быть рассчитано на основе достаточно простых соотношений. Поэтому на практике определение поля в реальных условиях распространения будет сводиться к определению функции ослабления.

Для расчета напряжённости поля, создаваемой излучателем в свободном пространстве, необходимо знание мощности, излучаемой передающей антенной, расстояния от нее до точки наблюдения и характеристик пространственной направленности излучения передающей и приемной антенн.

Прежде, чем рассматривать ослабляющее действие земной поверхности и приземных слоёв воздуха, остановимся на простейшем случае распространения электромагнитных волн в однородной непоглощающей среде.

Будем считать, что источником волн служит изотропный излучатель – точечный излучатель, равномерно излучающий волны во всех направлениях. Обозначим через P излучаемую источником радиоволн мощность. Воспользуемся рис. 3 и определим плотность потока энергии –°вектор Умова-Пойнтинга S – на расстоянии r от источника радиоволн, учитывая, что излучаемая энергия равномерно распределена по поверхности сферы радиуса r.

Излучаемая мощность P_Σ связана с плотностью потока энергии S очевидным интегральным соотношением

$$P_\Sigma = \int_0^{4\pi} Sr^2 d\Omega, \tag{2.2}$$

где Ω – элемент телесного угла.

В зоне излучения любой передающей антенны напряженности электрического и магнитного полей связаны простой зависимостью:

$$\vec{E} = 120\pi\vec{H}\,. \qquad (2.3)$$

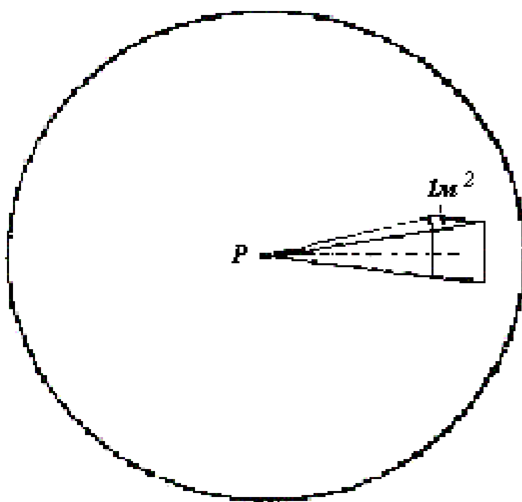


Рис. 3. Нахождение напряженности поля волны, создаваемой изотропным излучателем.

Вектор Умова-Пойнтинга, характеризующий плотность потока энергии, определится как произведение $\vec{E}$ и $\vec{H}$:

$$\vec{S} = \vec{E}\vec{H} = \frac{E^2}{120\pi}\frac{вт}{м^2}\,. \qquad (2.4)$$

Таким образом, $\vec{S}$ характеризует среднее за период значение плотности потока энергии на единицу поверхности, а $\vec{E}$ – эффективное значение поля, равное амплитудному значению, делённому на $\sqrt{2}$.

Любая реальная антенна обладает направленными свойствами. Их необходимо учитывать при расчете напряженности электрического поля. Запишем $E = E_0 f(\theta,\varphi)$, где θ и φ – полярные углы, отсчитываемые обычно от направления максимального излучения, E_0 – напряженность поля в направлении максимального излучения $\theta = \varphi = 0,\ f(\theta,\varphi)$ – характеристика направленности антенны. Кстати, для свободного пространства множитель ослабления связан с функцией направленности антенны соотношением

$$F = \left|f(\theta,\varphi)\right|.$$

Таким образом, для реальной антенны

$$S = \frac{E_0^2}{120\pi} f^2(\theta,\varphi)\,. \qquad (2.5)$$

В этом выражении величина, стоящая в знаменателе, носит название волнового сопротивления свободного пространства:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\cdot$$

Если направление максимума излучения принять за полярную ось сферической системы координат, в начале которой помещена антенна, функция характеристики направленности

$$f(\theta,\varphi) = \frac{E}{E_0}$$

равна единице.

Тогда для любой антенны имеем:

$$S = S_0 \cdot f^2(\theta,\varphi)\,. \qquad (2.7)$$

Суммарная мощность P_0, излучаемая изотропной антенной, определяется как произведение потока энергии на поверхность сферы радиуса *r:*

$$P_0 = S_0 4\pi r^2\,. \qquad (2.8)$$

Для характеристики направленности антенны используют понятие коэффициента направленного действия

$$D = \frac{P_0}{P_\Sigma}\,. \qquad (2.9)$$

Он показывает, во сколько раз б***о***льшую суммарную мощность должна излучать изотропная антенна по сравнению с данной реальной, чтобы на заданном расстоянии в направлении максимального излучения создать точно такую же напряженность поля.

Из (9) следует

$$P_\Sigma D = P_0 = \frac{E_0^2}{120\pi} 4\pi r^2 = \frac{E_0^2\, r^2}{30}, \qquad (2.10)$$

откуда в общем случае получаем:

$$E_0 = \frac{\sqrt{30 P_\Sigma D}}{r} f(\theta,\varphi), \frac{в}{м}\,. \qquad (2.11)$$

При проведении практических расчетов удобнее выражать иногда P_Σ и *r* не в ваттах и метрах, а в киловаттах и километрах. Тогда (11) принимает вид

$$E = \frac{173\sqrt{P_\Sigma(квт) D}}{r(км)} f(\theta,\varphi), \frac{мв}{м}\,. \qquad (2.12)$$

2.2. Учет характеристик антенны

Представим, что в качестве излучателя используется элементарный вибратор – линейная антенна, длина которой намного меньше длины волны

$$\ell << \lambda ,$$

а ток в любой точке одинаков для каждого данного момента времени.

Для линейной антенны существует соотношение, связывающее напряженность поля, силу тока и длину вибратора:

$$E_{э.в.} = \frac{60\,\pi I \ell}{\lambda r} \sin\,\theta\ , \qquad (2.13)$$

где $\sin\theta$ – характеристика направленности элементарного вибратора. При этом мощность сигнала в пункте приема не должна быть меньше мощности, определяющей порог чувствительности приемника

$$P_r \geq P_{min}.$$

Если линейная антенна не является элементарным вибратором, она может быть им аппроксимирована путем введения так называемой “действующей длины” ℓ_g. Тогда напряженность электрического поля рассматриваемой антенны будет определяться формулой (13) с точностью до функции характеристики направленности.

На расстоянии *r* от передатчика мощность определится как

$$P_r = \frac{E^2}{120\pi}\frac{3}{8}\frac{\lambda^2}{\pi},$$

или, если воспользоваться соотношением (4),

$$P_r = S\frac{3}{8}\frac{\lambda^2}{\pi}.$$

Отсюда определяем физический смысл величины $\frac{3}{8}\frac{\lambda^2}{\pi}$. Она представляет площадь, с которой приемная антенна как бы собирает энергию, излучаемую передатчиком. Эта величина носит название “действующей площади антенны”. Для элементарного вибратора действующая площадь связана с коэффициентом направленного действия соотношением

$$A_g = \frac{3}{2}\frac{\lambda^2}{4\pi} = D_1\frac{\lambda^2}{4\pi}. \qquad (2.14)$$

Соответствующие соотношения можно получить и для антенн других видов.

Используя приведённые соотношения, определяют принимаемую мощность на расстоянии *r* от передатчика в случае, когда и передающая (1), и приемная (2) антенны обладают направленными свойствами D_1 и D_2:

$$P_r = \frac{P_\Sigma D_1 D_2}{(4\pi r)^2}\lambda^2 f_1^2(\theta,\varphi) f_2^2(\theta,\varphi).$$

Соответственно,

$$r = \sqrt{\frac{P_\Sigma}{P_r} D_1 D_2 \frac{\lambda}{4\pi} f_1(\theta,\varphi) f_2(\theta,\varphi)}, \qquad (2.15)$$

если максимум лепестка диаграммы направленности отклонен от направления прихода принимаемых волн.

Расстояние, на котором возможен прием сигнала, окажется максимальным при условии ориентации приемной и передающей антенн в направлении максимума диаграмм направленности $f_1(\theta,\varphi) f_2(\theta,\varphi) = 1$. Создаваемая на этом расстоянии мощность должна превышать минимальную мощность, определяющую порог чувствительности приемного устройства.

В условиях радиолокационного приема

$$r_{\max} = \sqrt[4]{r^2_{одностор.} D_1 D_2 \frac{\sigma_{эфф}}{4\pi}}. \qquad (2.16)$$

Нахождение этой величины требует знания эффективной площади рассеяния отражателя $\sigma_{эфф}$.

Если телесный угол, внутри которого виден отражатель из точки расположения источника электромагнитной энергии в этом случае, достаточно мал, фронт волны у отражателя можно считать плоским. Тогда вычисление эффективной площади рассеяния сводится к решению задачи о рассеянии плоской волны в свободном пространстве проводящими или полупроводящими предметами различной формы. Строго эта задача может быть решена только для тел простой формы. Для большинства радиолокационных целей она оценивается экспериментально.

К примеру, для плоского прямоугольного листа со сторонами 2*a* и 2*b*

$$\sigma_{эфф\,листа} = \frac{4\pi s^2}{\lambda^2},$$

где *s* – площадь листа.

Для часто применяемого в решении задач радиолокации уголкового отражателя с длиной ребра *a*

$$\sigma_{эфф\,уголк.отраж.} = \frac{4\pi a^4}{3\lambda^2}.$$

3. ВЛИЯНИЕ КАНАЛА НА ПЕРЕДАЧУ ИНФОРМАЦИИ

3-1. Общие сведения о видах передаваемой информации

Учет всех отмеченных выше особенностей, связанных непосредственно с технической стороной проблемы, требует учета влияния самого канала распространения на передаваемую информацию.

Характеристики канала оцениваются количеством информации, которое можно передать по такому каналу, и расстоянием, на которое эта информация может быть передана без промежуточных ретрансляторов. Для такой оценки необходимо знать характер передаваемой информации и иметь возможность её количественного измерения. Это даст возможность оценить информационную (пропускную) способность любого канала передачи и определять элементы канала, которые эту способность ограничивают.

1. Большая часть информации в своём первоначальном виде характеризуется рядом физических параметров, которые непрерывно меняются во времени и могут занимать любой непрерывный диапазон возможных значений. В качестве примера можно привести звуковые волны, характеризующие нашу речь. Или, например, двумерное непрерывно меняющееся распределение света, характеризующее оптическое изображение, то, которое мы хотели бы передать с помощью телевидения. Устройства, преобразующие эту информацию в электрический сигнал (в приведённых примерах это, соответственно, микрофон и телевизионная трубка), формируют на выходе непрерывно изменяющиеся во времени электрические колебания, то есть аналоговый сигнал.

2. В других случаях информация, наоборот, может оказаться дискретной по своей структуре. Например, каждая из букв текста имеет собственное значение. Путём соответствующего кодирования буквы могут быть переданы по каналу связи как дискретные элементы в дискретные моменты времени.

3. Вполне реален и третий случай, когда информация, оставаясь дискретной по форме, непрерывно изменяется во времени. В качестве примера можно привести сигнал, формируемый на выходе ФАКС'а при сканировании страницы печатного текста. При этом выходной сигнал представляет непрерывную функцию времени, принимающую в любой момент только два значения, которые соответствуют черному или белому.

4. И, наконец, возможен четвёртый случай – так называемого дискретизированного сигнала, который может иметь любое значение в непрерывном интервале, но только в дискретные моменты времени.

Тем не менее, в любом из приведённых четырёх случаев можно определить количество информации, которую нужно преобразовать в дискретную последовательность двоичных цифр (бит), полностью её отображающих. Число бит, требующееся для восстановления информации (сигнала) в первоначальный вид, и станет мерой количества передаваемой или обрабатываемой информации. При такой количественной оценке информации не устанавливается её смысл и ценность (скажем, это может быть и любая

тарабарщина). Интерес представляют лишь вопросы, связанные с сохранением и передачей информации.

3-2. Оценка количества передаваемой информации

Определим количество информации на примере произвольного аналогового сигнала.

1. На рис. 4*а* приведена часть аналогового сигнала. Первым шагом в преобразовании этого сигнала в цифровой станет определение значений сигнала (отсчетов) через одинаковые интервалы времени, как это показано на рис. 4*б*. Такой процесс называется дискретизацией сигнала во времени.

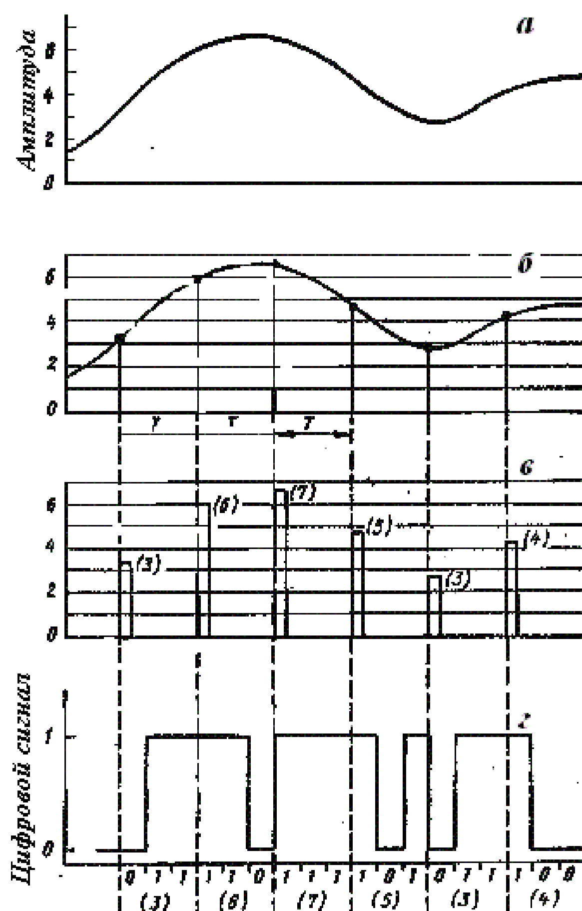


Рис. 4. К оценке количества передаваемой информации.

В соответствии с теоремой В.А. Котельникова, для адекватного (полного) представления аналогового сигнала рис. 4*а* дискретным, как это показано на рис. 4*в*, необходимо, чтобы частота дискретизации

$$f_s = \frac{1}{T} > 2f_{\max}, \qquad (3.1)$$

где T – интервал дискретизации, была, по крайней мере, в два раза больше наивысшей частоты f_{max} содержащейся в спектре дискретизируемого сигнала. При выполнении этого условия аналоговый сигнал может быть легко

восстановлен при прохождении дискретизированного сигнала через фильтр нижних частот, пропускающий все частоты ниже f_{max}.

Диапазон частот от нуля до f_{max} представляет ширину спектра исходного сигнала. Станем обозначать её через Δf. Очевидно, в нашем случае $\Delta f = f_{max}$ и

$$f_s > 2\Delta f. \tag{3.2}$$

2. Следующим шагом будет квантование сигнала по уровню, то есть постановка в соответствие каждому значению отсчета сигнала одного из конечных значений уровней его амплитуды. В принципе амплитуда отсчета может принимать любое значение из непрерывного интервала изменений дискретизируемого сигнала. Необходимо, однако, помнить, что на практике всегда имеются случайные флуктуации (шумы), которые накладываются на интересующее нас колебание, отображающее сигнал. Это так называемый системный шум. Он делает бесполезными попытки обнаружить разность между двумя уровнями сигнала, если она по величине соизмерима со среднеквадратичным значением флуктуаций. В действительности именно отношение максимальной величины сигнала A_S к среднеквадратичному значению флуктуаций A_N и определяет число уровней квантования, необходимое для достаточно полного представления исходного сигнала.

3. Пусть число уровней квантования равно *m*. Тогда каждый отсчет сигнала потребует для своего кодирования *N* двоичных цифр, где $N = log_2 m$.

При декодировании полученного цифрового сигнала (рис. 4*г*) и восстановлении исходного аналогового сигнала возникают ошибки, обусловленные квантованием. Они приводят к появлению дополнительного шума, известного как шум квантования. Установлено, что шум квантования сравним по величине или меньше исходного шума квантуемого сигнала, при условии, что число уровней квантования

$$m > [1 + (A_S / A_N)^2]^{1/2}.$$

4. Следовательно, чтобы представить исходный аналоговый сигнал, занимающий полосу частот Δf и характеризуемый динамическим диапазоном (A_S / A_N) в цифровом виде, потребуется минимум *B* двоичных цифр в секунду (бит/с), где

$$B = 2\Delta f\, log_2 [1 + (A_S / A_N)^2]^{1/2} = \Delta f\, log_2 [1 + (A_S / A_N)^2]. \tag{3.3}$$

На полученный результат можно посмотреть и с другой стороны. Говорят, что канал связи обладает информационной пропускной способностью *B* (бит/с), если он способен передавать аналоговый сигнал, занимающий полосу частот Δf, и поддерживать на выходе приемника (где отношение сигнал/шум

наименьшее) отношение пикового значения сигнала к среднеквадратичному значению шума, равное (A_S/A_N).

Выражение (3) известно как формула Шеннона. Оно может быть использовано для сравнения информационной емкости сигналов разного вида, а также для сравнения между собой различных каналов связи по информационной емкости. В каждом случае скорость передачи информации прямо пропорциональна полосе частот Δf, в которой она передаётся, и логарифмически зависит от минимального значения отношения сигнала к шуму в приемнике. Изучение практических каналов связи показало, что цифровое кодирование аналогового сигнала обычно требует существенно большей скорости передачи информации, чем это определяет формула Шеннона. Аналогично этому и объем информации, который можно передать по каналу связи, существенно меньше, чем предсказываемый формулой Шеннона.

При практическом использовании соотношение (3) можно упростить. Отношение сигнал/шум, как правило, выражают в децибелах. Если (A_S/A_N) обозначить как X децибел, то $\mathrm{X} = 20\,log(A_S/A_N)$. Тогда формула Шеннона преобразуется к более простому виду:

$$B = 0.332\mathrm{X} \cdot \Delta f\,. \qquad (3.4)$$

Здесь B измеряется в бит/с, X°–°в децибелах, а Δf °– в Герцах. При этом учитывается равенство $log_2 10 = 3.32$, а единицей пренебрегают по сравнению с (A_S/A_N).

К примеру, полоса, занимаемая телефонным каналом, составляет примерно 5°–°10 КГц. Если пропускная способность модема примерно 10 Кбит, влияние помех не позволит использовать выигрыш, если не повысить отношение сигнала к шуму. С этой целью применяют так называемые «выделенные» линии. Поскольку в них шумы и помехи за счет атмосферы практически отсутствуют, появляется возможность передавать информацию объемом порядка 200 КГц.

3-3. Связь параметров сигнала и атмосферного канала.

Понятие об удельной содержательности сигнала

Из сказанного следует, что, если речь идёт о канале передачи информации, включающем участок атмосферы, решение задачи об обеспечении наиболее эффективной связи между объектами требует углубления знаний о механизме прохождения электромагнитных сигналов через атмосферные слои. Сюда относится, во-первых, установление оптимальных характеристик приёмо-передающих устройств для заданных условий распространения. Во-вторых, разработка способов использования отклонений состояния среды от регулярного для целей связи, не осуществимой другими способами или требующей для своего осуществления во много раз больших затрат материальных ресурсов.

Роль первого аспекта задачи можно охарактеризовать как стремление к всемерному повышению удельной содержательности сигнала, распространяющегося по атмосферному каналу. Действительно, всем известен факт, что характеристики сигнала в точке приема подвержены хаотическим колебаниям. Подобно мерцанию звёзд, радиосигналы, проходя через атмосферу, неизменно флуктуируют в точке приёма. Причины таких флуктуаций разнообразны. Если путь сигнала целиком лежит в атмосфере (тропосфере), локальные изменения ее показателя преломления и коэффициента поглощения, движения слоёв и неоднородностей приводят к тому, что радиоволны рассеиваются, отражаются или поглощаются. Это создаёт хаотический процесс наложения более или менее быстрых изменений уровня сигнала на некоторую среднюю его величину. В случае движения слоёв возникают рефракционные замирания. Динамика более мелких неоднородностей создаёт статистическую картину сравнительно быстрых флуктуаций.

Естественно, учёт состояния среды в каждой точке трассы невозможен. Поэтому единственным путём количественного исследования этого явления будет путь статистического описания.

Влияние неоднородностей канала на уровень сигнала можно рассматривать как влияние помехи на количество передаваемой по каналу информации. Используем понятие об объёме сигнала:

$$Q = TF\Pi. \tag{3.5}$$

Здесь T – длительность импульса, F – ширина спектра. Величина Π называется превышением сигнала над помехой и определяется соотношением:

$$\Pi = lg\left(P/P_{\text{п}}\right), \tag{3.6}$$

где P – средняя мощность сигнала, $P_{\text{п}}$ – средняя мощность помехи.

Введём понятие удельной содержательности сигнала:

$$\nu = I/Q. \tag{3.7}$$

В этом выражении I – количество передаваемой информации.

Тогда, например, для частного случая передачи сигналов путём амплитудной модуляции импульсов

$$\nu = \frac{lg\left(aP/P_{\text{п}}\right)}{lg\left(P/P_{\text{п}}\right)}, \tag{3.8}$$

где a определяет статистику помехи.

Осуществить передачу такой информации может только канал с соответствующей ёмкостью. Этот результат показывает роль статистических характеристик атмосферы при передаче информации с помощью электромагнитных волн.

К примеру, для связи Земля – Космос в качестве оптимального принят диапазон 10 – 12 ГГц. Канал связи при этом будет включать участки нижней

атмосферы – тропосферы – и верхней – ионосферы. Ионосфера оказывается прозрачной для волн этого диапазона. А вот тропосфера, особенно в условиях наклонного распространения, будет оказывать существенное влияние. Поэтому изучение флуктуационных явлений при распространении волн этого диапазона в тропосфере особенно важно для повышения надёжности и удельной содержательности информации в условиях связи с космическими объектами. Нужно учитывать, что при больших скоростях движения спутников и других объектов время, отводимое на передачу сигналов, весьма мало. Поэтому потребности практики выдвигают крайне жёсткие требования передачи наибольшей информации в крайне малые промежутки времени. Разумные пределы требований к увеличению удельной содержательности сигнала в данных конкретных условиях устанавливаются именно результатами исследований статистики атмосферы.

3-4. Основные способы повышения надёжности передачи информации

Для повышения надёжности передачи информации используются различные методы. Наиболее часто применяются методы разнесенного приёма. При этом возможны разные способы разнесения. Под пространственно-разнесенным приемом обычно понимают приём одной и той же информации по разным каналам связи, что достигается передачей с помощью антенн, разнесённых в пространстве. Применяется передача сигнала на нескольких частотах, разнесение по поляризации, времени и так далее, а также различные модификации указанных схем.

Рассмотрим кратко метод пространственно-разнесенного приёма. Этот метод, как один из эффективных способов повышения помехоустойчивости каналов связи, представляет разновидность метода накопления, осуществляемого путём интегрального или дискретного приема входных сигналов. Как и в любом другом варианте метода накопления, выигрыш системы связи при пространственном разнесении по сравнению со случаем одинарного приёма определяется числом k некоррелированных значений уровня помехи на пространственной базе с размещенными на ней приемными элементами. В случае, когда приёмные элементы разнесены на расстояние, превышающее радиус пространственной корреляции флуктуаций сигнала, помехоустойчивость системы увеличивается в k раз по сравнению со случаем одинарного приёма. Если разнесение приемных элементов оказывается меньше, чем радиус пространственной корреляции, помехоустойчивость системы возрастёт только в $k/(1+b)$ раз, где величина b определяется уровнем корреляции в соответствующих пространственно-разнесенных точках. Аналогично обстоит дело и в случае временного разнесения. При этом выигрыш приема определяется отношением интервала регистрации к временному радиусу корреляции флуктуирующей составляющей сигнала.

Такой сравнительно простой анализ указывает на важность определения временных и пространственных радиусов корреляции, а в более общих случаях

– и соответствующих коэффициентов корреляции флуктуаций для обеспечения надёжности связи.

Особый интерес представляется увеличение пропускной способности мобильной телефонной связи. Не останавливаясь подробно на технических особенностях устройств, отметим, что для этого в настоящее время существуют три возможности:

1. Частотное уплотнение. При этом выбирается свободный участок по частоте. В настоящее время метод уже не применяется.

2. В настоящее время в системах GSM используется способ импульсного разнесения, когда в промежутках между импульсами одного сигнала передается другой сигнал.

3. Одним из наиболее часто используемых в настоящее время является метод кодирования. Закодированный сигнал выделяется в пункте приема путём использования согласованных фильтров. Благодаря сжатию частотного спектра сигнала это позволяет передавать сигнал, используя малые мощности. Декодировка в пункте приема позволяет существенно повысить отношение сигнал/шум. Кроме того, метод позволяет сохранять секретность сигнала. Способов кодирования великое множество. К тому же задача в миниатюризации согласованного фильтра.

3-5. Связь функции корреляции функции передачи канала и функции корреляции сигнала

Практически важным результатом любой задачи о распространении сигнала по произвольному каналу связи является установление функциональной зависимости между сигналами на входе и выходе канала. Случай прохождения сигнала через среду со случайными неоднородностями можно считать частным вопросом этой общей проблемы. Поэтому возникает задача определения функции передачи такой системы. Только знание этой величины позволит приступить к рассмотрению проблемы оптимизации передачи информации по каналу. Экспериментальные исследования дают сведения о статистических свойствах принимаемого сигнала. Полагая свойства излученного поля известными, нужно поставить задачу определения свойств функции передачи среды. Знание статистических характеристик этой функции сделает реализуемой проблему расчета оптимального способа передачи сообщений. Концепцию функции передачи целесообразно положить в основу предварительных расчетов, направленных на обоснование методов трактовки экспериментальных результатов, полученных при регистрации распространяющихся на различных приземных трассах сигналов ультракоротковолнового и оптического диапазонов.

Пусть на входе тропосферного канала имеется сигнал $E(t_1)$, а на выходе – сигнал $E(t_2)$.

Комплексную функцию передачи канала запишем в виде:

$$H(i\omega,t)=E_2(t)/E_1(t) \tag{3.9}$$

при $E(t_1)$, принимающем значения $e^{i\omega t}$.

Будем считать $E_1(t)$ и $H(i\omega,t)$ стационарными случайными функциями. Тогда, согласно общей теории передачи сигнала через канал связи, сигнал на выходе такого канала запишется в виде следующего аналитического выражения:

$$E_2(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}H(i\omega,t)E_{1F}(i\omega)e^{i\omega t}d\omega. \qquad (3.10)$$

Здесь $E_{1F}(i\omega)$ – фурье-трансформация сигнала $E(t_1)$,

$$E_1(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}E_1(t)e^{-i\omega t}dt.$$

Аналогично записывается сигнал $E_2(t+\tau)$:

$$E_1(i\omega')=\int_{-\infty}^{\infty}E_1(t')e^{-i\omega' t'}dt',$$

здесь $t'-t+\tau$ – временной сдвиг.

Тогда

$$<E_2(t)E_2(t+\tau)>=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}H(i\omega,t)H(i\omega',t+\tau)<E_{1F}(i\omega)E_{1F}(i\omega')>e^{i\omega t}e^{i\omega'(t+\tau)}d\omega d\omega'. \qquad (3.11)$$

Усреднение ведется по случайным отклонениям входного сигнала. Положим

$$E_{1F}(i\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}E_1(t)e^{-i\omega t}dt$$

$$E_{1F}(i\omega')=\int_{-\infty}^{+\infty}E_1(t')e^{-i\omega' t'}dt'. \qquad (3.12)$$

В согласии с этими выражениями

$$<E_{1F}(i\omega)E_{1F}(i\omega')>=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}<E_1(t)E_1(t')>e^{-i\omega t}e^{-i\omega' t'}dt. \qquad (3.13)$$

Здесь $<E_1(t)E_1(t')>=\rho_1(\tau)$ – функция корреляции. Согласно теореме Винера-Хинчина,

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\rho_1(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau=S(\omega),$$

где $S(\omega)$ – спектральная плотность мощности.

Учитывая это выражение, записываем:

$$< E_{1F}(i\omega)E_{1F}(i\omega') >= S(\omega)\delta(\omega+\omega'). \quad (3.14)$$

Следовательно,

$$< E_2(t)E_2(t+\tau) >=$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} H(i\omega,t)H(i\omega',t+\tau)S(\omega)\delta(\omega+\omega')e^{i\omega t}e^{i\omega'(t+\tau)}d\omega\, d\omega'. \quad (3.15)$$

Поскольку

$$\delta(\omega+\omega') = \begin{cases} 1 \to \omega = -\omega' \\ 0 \to \omega \neq -\omega' \end{cases},$$

получаем:

$$< E_2(t)E_2(t+\tau) >= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} H(i\omega,t)H(i\omega',t+\tau)e^{-i\omega\tau}S(\omega)d\omega. \quad (3.16)$$

Усредним теперь выведенное соотношение по временным изменениям функции передачи системы:

$$<< E_2(t)E_2(t+\tau) >>= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} < H(i\omega,t)H(i\omega',t+\tau) > e^{-i\omega\tau}S(\omega)d\omega. \quad (3.17)$$

Пользуясь определением функции корреляции, находим:

$$\rho_2(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_H(\tau,\omega)S(\omega)e^{-i\omega\tau}d\omega. \quad (3.18)$$

Для узкополосных сигналов, когда можно полагать независимость функции передачи от частоты (это соответствует анализу гладких замираний), получим:

$$\rho_2(\tau) = \rho_H(\tau)\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{-i\omega\tau}d\omega. \quad (3.19)$$

Интеграл в этом выражении, согласно теореме Винера-Хинчина, представляет функцию корреляции излученного сигнала. Отсюда следует, что

$$\rho_2(\tau) = \rho_H(\tau)\rho_1(\tau). \quad (3.20)$$

Если учесть, что для анализа используются постоянные (в пределах стабильности генераторов) сигналы, излучаемые в тропосферу, то

$$\rho_2(\tau) \approx \rho_H(\tau). \quad (3.21)$$

Таким образом, приходим к выводу, что в рамках принятых предположений функция корреляции сигнала в точке приема определяет функцию корреляции функции передачи системы. Следовательно, экспериментально полученные корреляционные или структурные функции сигнала, прошедшего трассу со случайными неоднородностями, могут служить статистическими характеристиками данной трассы.

4. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ПРИСУТСТВИИ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

4-1. Поведение горизонтально и вертикально поляризованных волн при отражении и поле в точке приема

Вблизи земной поверхности в большинстве случаев распространения существенное влияние на траекторию лучей и напряженность поля оказывает поверхность Земли. Для приземных трасс множитель ослабления F без учета влияния тропосферы определяется наиболее просто в условиях зоны прямой видимости, когда поверхность Земли можно аппроксимировать плоской границей раздела двух сред с заданными электрическими характеристиками. В такой наиболее упрощенной трактовке задача сводится к определению напряженности поля $\vec{E}$ в точке приема *B*, расположенной на некоторой высоте h_2 над плоской Землей, если передающая антенна поднята над Землёй на высоту h_1 и находится на расстоянии *R* от точки приема.

Схематически подобная ситуация изображена на рис. 5. Полагаем, что передатчик и приёмник размещены в однородной среде. Земля рассматривается как гладкая и плоская, а влиянием тропосферы можно пренебречь. Высоты подъема антенн h_1 и h_2 много меньше расстояния между антеннами вдоль земной поверхности. К тому же h_1 и h_2 много больше длины волны λ. Поэтому волну можем считать плоской и пользоваться положениями геометрической оптики. В определении множителя ослабления рассматривается только составляющая электрического поля, которая имеет ту же поляризацию, что и излученное поле E_0.

Пусть передатчик находится в точке A. В точке расположения приемника B поле определяется суммой прямой волны, прошедшей расстояние R, и волны, отраженной от поверхности Земли по законам геометрической оптики. Тогда для горизонтально поляризованной волны поле в точке приема будет равно арифметической сумме прямой и отраженной волн

$$E_{г.п.} = E_{пр} + E_{отр} \qquad (4.1)$$

и направлено перпендикулярно плоскости распространения.

Для вертикальной поляризации

$$E_{в.п.} = \sqrt{E_{пр}^2 + E_{отр}^2 + 2E_{пр}^2 E_{отр}^2 cos(\psi_2 - \psi_1)} \qquad (4.2)$$

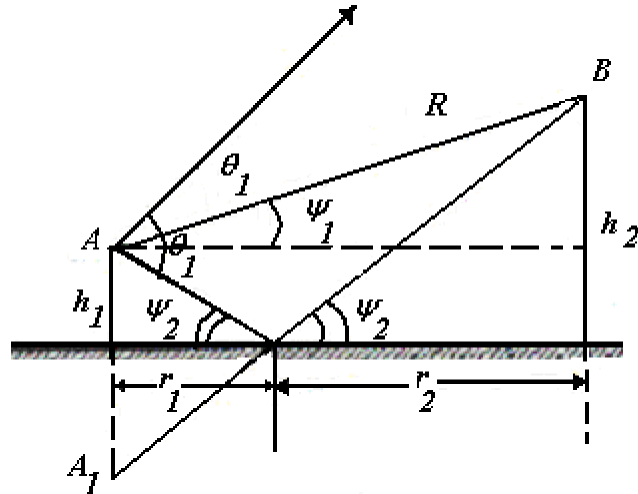


Рис. 5. Определение напряженности поля в точке приема В при наличии отражающей поверхности при приподнятых над Землей передающей и приемной антеннах.

Углы ψ_1 и ψ_2 составлены направлениями лучей с горизонтальной плоскостью. Если $h_1 << r$ и $h_2 << r$, где $r = r_1 + r_2$ представляет расстояние между основаниями приемной и передающей антенн, эти углы близки к нулю и, следовательно,

$$\cos(\psi_1 - \psi_2) \approx 1.$$

Тогда и при вертикальной поляризации суммарное поле определится формулой (4.1), аналогично случаю горизонтальной поляризации.

Так как высоты подъема антенн и длина трассы малы по сравнению с радиусом Земли, можем положить, что речь идет о распространении над плоской Землёй.

Для бесконечно проводящей плоскости решение находится без труда. Достаточно воспользоваться принципом зеркальных отображений и к полю действительного источника прибавить поле “мнимого”, зеркально отраженного источника, расположенного в точке A_1. Поле мнимого источника описывает луч, отраженный от поверхности.

Приближенное решение задачи для реальных поверхностей справедливо в рассматриваемом здесь случае, когда высоты передатчика и приемника значительно превышают длину волны. В диапазоне УКВ это условие выполняется практически всегда.

Учтем свойства направленности антенн путем введения функции $f(\theta)$, где угол θ отсчитывается от направления максимума излучения. Тогда поле прямой волны будет

$$E_{пр} = E_0 f(\theta_1), \tag{4.3}$$

а поле отраженной волны

$$E_{отр} = E_0 f(\theta_2)\rho e^{-i\Phi - ik\Delta R}. \qquad (4.4)$$

Здесь Φ – потеря фазы при отражении от поверхности, $k\Delta R$ –изменение фазы из-за разности хода ΔR, ρ – модуль коэффициента Френеля. Различием в сферической расходимости прямой и отраженной волн пренебрегаем.

Из рис. 5 определим разность хода прямого и отраженного лучей:

$$\Delta R = R_1 - R_2 = \sqrt{r^2 + (h_1 + h_2)^2} - \sqrt{r^2 + (h_2 - h_1)^2}. \qquad (4.5)$$

Поскольку, как уже упоминалось, $h_1 + h_2 << r$, можно применить разложение в ряд и ограничиться первыми членами

$$\Delta R \approx r\left\{1 + \frac{(h_1 + h_2)^2}{2r^2}\right\} - r\left\{1 + \frac{(h_1 - h_2)^2}{2r^2}\right\} \approx \frac{2h_1 h_2}{r}. \qquad (4.6)$$

Воспользуемся этим соотношением для нахождения приближенного выражения для поля в точке *B*.

$$E = E_0\left\{f(\theta_1) + \rho e^{i(\Phi + k\Delta R)} f(\theta_2)\right\}. \qquad (4.7)$$

Модуль выражения, стоящего в скобках, по определению (2.1) является множителем распространения

$$F = \left|f(\theta_1) + \rho e^{i(\Phi + k\Delta R)} f(\theta_2)\right| \qquad (4.8)$$

или

$$F = \sqrt{f^2(\theta_1) + \rho^2 f^2(\theta_2) + 2f(\theta_1)f(\theta_2)\rho\cos\alpha}, \qquad (4.9)$$

где через α обозначена фаза

$$\alpha = \Phi + k\Delta R. \qquad (4.10)$$

Следовательно, для нахождения множителя ослабления F нужно, помимо характеристик направленности антенн, знать модуль коэффициента Френеля ρ и фазу α.

Выражения для коэффициентов Френеля известны:

$$\Gamma_{в.п.} = (\frac{k}{k_0})^2 \sin\psi_2 - \sqrt{(\frac{k}{k_0})^2 - \cos^2\psi_2} \Big/ (\frac{k}{k_0})^2 \sin\psi_2 + \sqrt{(\frac{k}{k_0})^2 - \cos^2\psi_2}, \qquad (4.11)$$

$$\Gamma_{г.п.} = \sin\psi_2 - \sqrt{(\frac{k}{k_0})^2 - \cos^2\psi_2} \Big/ \sin\psi_2 + \sqrt{(\frac{k}{k_0})^2 - \cos^2\psi_2} \qquad (4.12)$$

Величина k связана с диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями и проводимостью σ соотношением:

$$k^2 = \omega^2 \mu\varepsilon + i\mu\varepsilon\sigma$$
$$k_0{}^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \ . \qquad (4.13)$$

В случае приземных трасс поверхностью раздела является почва, для которой можно положить $\mu = \mu_0$.

Тогда

$$(\frac{k}{k_0})^2 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} + i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = \varepsilon' + i\varepsilon'' = \varepsilon^* .$$

Мнимая часть диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = 60\sigma\lambda .$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость почвы

$$\varepsilon^* = \varepsilon' + i60\sigma\lambda .$$

В большинстве случаев в практике распространения волн у земной поверхности $\left|\varepsilon^*\right| >> 1$, так что $\cos\psi_2 << \left|\varepsilon^*\right|$. Следовательно,

$$\Gamma_{в.п.} = (\sqrt{\varepsilon^*}\sin\psi_2 - 1)\big/(\sqrt{\varepsilon^*}\sin\psi_2 + 1) = \rho_{в.п.} e^{i\Phi_{в.п.}}$$
$$\Gamma_{г.п.} = (\sin\psi_2 - \sqrt{\varepsilon^*})\big/(\sin\psi_2 + \sqrt{\varepsilon^*}) = \rho_{г.п.} e^{i\Phi_{г.п.}} \qquad (4.14)$$

Комплексную диэлектрическую проницаемость можно представить в виде:

$$\varepsilon^* = \left|\varepsilon^*\right| e^{i\varphi} .$$

Соответственно, тангенс угла потерь

$$tg\varphi = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{60\lambda\sigma}{\varepsilon} . \qquad (4.15)$$

В результате несложных преобразований получим выражения для модуля коэффициента Френеля и потери фазы в случаях вертикальной поляризации:

$$\rho_{в.п.} = \frac{\sqrt{\left(\left|\varepsilon^*\right|\sin^2\psi_2 - 1\right)^2 + 4\left|\varepsilon^*\right|\sin^2\psi_2\sin^2\frac{\varphi}{2}}}{\left|\varepsilon^*\right|\sin^2\psi_2 + 1 + 2\sqrt{\left|\varepsilon^*\right|} + 4\left|\varepsilon^*\right|\sin^2\psi_2\cos\frac{\varphi}{2}}, \qquad (4.16)$$

$$tg\Phi_{в} = \frac{2\sqrt{\left|\varepsilon^*\right|}\sin\psi_2\sin\frac{\varphi}{2}}{\left|\varepsilon^*\right|\sin^2\psi_2 - 1},$$

и для случая горизонтальной поляризации

$$\rho_{г.п.} = \frac{\sqrt{\left(\sin^2\psi_2 - |\varepsilon *|\right)^2 + 4|\varepsilon *|\sin^2\psi_2 \sin^2\frac{\varphi}{2}}}{\sin^2\psi_2 + |\varepsilon *| + 2\sqrt{|\varepsilon *|}\sin\psi_2 \cos\frac{\varphi}{2}},$$

(4.17)

$$tg\Phi_{г.п.} = -\frac{2\sqrt{|\varepsilon *|}\sin\psi_2 \sin\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\psi_2 - |\varepsilon *|}.$$

Рассмотрим, как меняются модули и фазы коэффициентов Френеля при изменении угла скольжения от 0 до $\pi/2$.

1. ***Скользящее распространение***. Из соотношения (14) имеем при $\psi_2 = 0$:

$$\Gamma_{в.п.} = \Gamma_{г.п.} = -1,$$

откуда

$$\rho_{в.п.} = \rho_{г.п.} = 1,$$

$$\Phi_{г.п.} = \Phi_{в.п.} = \pi. \qquad (4.18)$$

2. ***Нормальное падение***. При $\psi_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\Gamma_{в.п.} = -\Gamma_{г.п.}$$

и

$$\rho_{г.п.} = \rho_{в.п.} = \frac{\sqrt{(1-|\varepsilon *|)^2 + 4|\varepsilon *|\sin^2\frac{\varphi}{2}}}{1 + |\varepsilon *| + 2\sqrt{|\varepsilon *|}\cos\frac{\varphi}{2}}, \qquad (4.19)$$

$$tg\,\Phi_{в.п.} = tg\Phi_{г.п.}.$$

(4.20)

Но при $\psi_2 = \frac{\pi}{2}$ исчезает разница между горизонтальной и вертикальной поляризацией. Поэтому коэффициент Френеля принимает единственное значение, характеризующее горизонтальную поляризацию:

$$|\Gamma| = \left|(1-\sqrt{\varepsilon^*})\big/(1+\sqrt{\varepsilon^*})\right|. \qquad (4.21)$$

Эти основные моменты анализа позволяют проследить физическую картину поведения исследуемых величин в диапазоне изменений угла скольжения ψ_2 от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

Как следует из приведенных соотношений, поведение коэффициента Френеля для горизонтальной поляризации не имеет каких либо особенностей при изменении угла скольжения ψ_2 от 0 до $\frac{\pi}{2}$ и комплексного значения диэлектрической проницаемости $|\varepsilon^*|$ от 1 до ∞. Отметим, что $|\varepsilon^*| \geq 1$. Поэтому значение $\sin\psi_2 = 1/\sqrt{\varepsilon}$, при котором коэффициент Френеля обращается в нуль, может иметь место только при $\varepsilon = 1$. При этом среды становятся идентичными и отражение исчезает вместе с исчезновением границы раздела.

При переходе к идеально проводящей среде $|\varepsilon^*| \to \infty$ и для всех углов ψ_2 коэффициент Френеля становится равным –1, то есть $\rho_{г.п.} \to 1, \Phi_{г.п.} \to \pi$. Это – обычное граничное условие равенства нулю тангенциальной составляющей напряженности электрического поля на границе идеального проводника.

Поведение коэффициента Френеля для случая вертикальной поляризации сложнее. Из формулы (14) следует, что при вещественном ε $(\sigma = 0)$ при значении угла скольжения, определяемом соотношением $\sin\psi_2 = 1/\sqrt{\varepsilon}$, коэффициент Френеля обращается в нуль. Следовательно, для каждой диэлектрической среды существует критический угол скольжения, при котором отражение вертикально поляризованной волны отсутствует. Это известный угол Брюстера. При углах, меньших угла Брюстера, когда $\sin\psi_2 < 1/\sqrt{\varepsilon}$, коэффициент Френеля отрицателен. Значит, его фаза равна π. В области значений ψ_2, превышающих угол Брюстера, фаза равна нулю. Таким образом, при отражении вертикально поляризованной волны от диэлектрика модуль коэффициента отражения $\rho_{в.п.}$ в области изменений угла скольжения в диапазоне $0 \leq \psi_2 \leq \psi_0$ изменяется от единицы до нуля, а фаза равна π. В области $\psi_0 \leq \psi_2 \leq \pi/2$ значение $\rho_{в.п.}$ растет от нуля до величин, определяемых соотношением (19). Фаза коэффициента отражения при переходе ψ_2 через ψ_0 изменяется скачком от π до 0. Следовательно, только в области малых значений $\psi_2 < \psi_0$ фаза отраженной вертикально поляризованной волны на π отличается от фазы падающей волны. Для идеально проводящей среды $|\varepsilon^*| \to \infty$, и критический угол, определяемый соотношением $\sin\psi_0 < 1/\sqrt{\varepsilon}$, стремится к нулю.

Итак, при горизонтальной поляризации модуль коэффициента Френеля в большом диапазоне углов скольжения сохраняет величину, близкую к единице. Для вертикальной поляризации модуль коэффициента Френеля близок к единице лишь при малых углах скольжения и не слишком больших $|\varepsilon^*|$.

4-2. Квадратичная формула Введенского

Оценим множитель ослабления (9). Рассмотрим случай горизонтальной поляризации и малых углов скольжения, что соответствует рассматриваем приземным трассам. В соответствии с (6) и (10)

$$\alpha \approx \pi + k\frac{2h_1h_2}{r} \tag{4.22}$$

и

$$\cos\alpha \approx \text{-}\cos\frac{4\pi h_1h_2}{\lambda r}.$$

Тогда

$$F = \sqrt{f^2(\theta_1) + f^2(\theta_2) - 2f(\theta_1)f(\theta_2)\rho\cos\frac{4\pi h_1h_2}{\lambda r}}. \tag{4.23}$$

При изменении разности фаз $k\Delta R$ от 0 до π множитель распространения меняется от минимального значения

$$F_{\min} = f(\theta_1) - f(\theta_2) \tag{4.24}$$

до максимального

$$F_{\max} = f(\theta_1) + f(\theta_2) \tag{4.25}$$

при среднем значении, равном $f(\theta_1)$.

Для симметричных диаграмм направленности, то есть для условий $f(\theta) = f(-\theta)$, когда максимум излучения направлен параллельно горизонту, и для углов ψ_1 и ψ_2, приблизительно равных друг другу (все эти предположения отражают условия реальных трасс), упрощения приводят к выражению для функции ослабления вида

$$F \approx 2\left|sin\frac{2\pi h_1h_2}{\lambda r}\right|, \tag{4.26}$$

что приводит к соотношению

$$E = 2E_0\left|sin\frac{2\pi h_1h_2}{\lambda r}\right|. \tag{4.27}$$

Из этого выражения следует, что в вертикальной плоскости возникает лепестковая структура поля, периодичность которой определяется поведением входящего в это выражение синуса при изменении угла γ между горизонтом и направлением на точку приема.

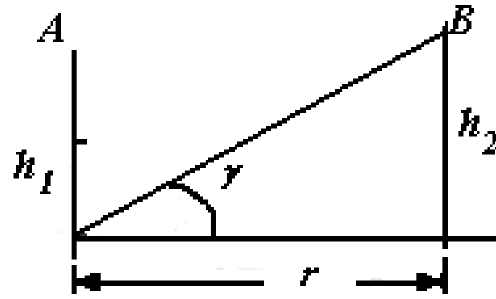


Рис. 6. К расчету напряженности поля при изменении угла γ между горизонтом и направлением на точку приема *B*.

Из рис. 6 имеем:

$$\sin\gamma \approx \frac{h_2}{r}, \qquad (4.28)$$

откуда

$$sin\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \approx sin\left(\frac{2\pi h_1}{\lambda r} sin\,\gamma\right). \qquad (4.29)$$

При изменении γ от 0 до $\frac{\pi}{2}$ эта функция приобретает некоторое количество максимумов, определяемых соотношением:

$$\frac{2\pi z_1}{\lambda r} sin\,\gamma = n\frac{\pi}{2} \qquad (4.30)$$

при $n = 1, 3, 5\ldots$

Таким образом, интерференция приводит к перераспределению поля по сравнению с распределением поля в свободном пространстве: в одних направлениях поле падает до нуля, в других достигает значений, удвоенных по сравнению с полем в свободном пространстве. Если учитывать зависимости модуля и фазы коэффициента Френеля от угла скольжения, картина усложнится. Сохранится интерференционное распределение, но в максимумах поле не будет достигать значения $2E_0$, а в минимумах не будет спадать до нуля.

Если

$$\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} << 1, \qquad (4.31)$$

(это практически реализуемый случай), тогда

$$E \approx 2E_0 \frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r}. \qquad (4.32)$$

В результате, подставляя значение E_0 для свободного пространства при $f(\theta,\varphi)=1$, получаем

$$E=\frac{173\sqrt{P_\Sigma D}}{r^2}\frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda}. \qquad (4.33)$$

Соотношение (33) называется «квадратичной формулой Введенского». В соответствии с ним, изменение напряженности поля в присутствии отражающей поверхности происходит обратно пропорционально квадрату расстояния. Условия применимости этой формулы сводятся к неравенству $\frac{h_1 h_2}{\lambda r}<<1$ при $|\varepsilon *|>>1$.

Формула Введенского имеет фундаментальное значение для расчетов ультракоротковолновых линий связи. Она наглядно характеризует зависимость напряженности от расстояния, длины волны и высот антенн при наличии отражающей поверхности.

Если сравнить с выражениями для свободного пространства (2.11) и (2.12), там зависимость оказывается обратно пропорциональной первой степени расстояния между корреспондирующими пунктами.

Кроме того, из формулы (33) следует обратная пропорциональность результирующего поля длине волны и пропорциональность произведению высот обеих антенн. Таким образом, в условиях применимости формулы Введенского при прочих равных условиях укорочение рабочей длины волны и увеличение высот антенн приводят к возрастанию результирующего поля.

Причину такой зависимости можно объяснить следующим образом. В условиях применимости формулы Введенского отражённый от Земли луч сдвинут по фазе относительно прямого почти на 180°. Следовательно, отраженный луч как бы стремится ослабить прямой луч. Полагая, что при отражении от Земли фаза второго луча изменяется почти на 180°, находим «недостающую» разность фаз между лучами. Она численно равна

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r,$$

где Δr – разность хода прямого и отраженного лучей.

Чем меньше величина $\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r$, тем полнее второй луч компенсирует первый. Следовательно, увеличению результирующего поля будет способствовать все, что ведет к увеличению разности фаз, обусловленной разностью хода лучей Δr. Говоря конкретно, укорочение длины волны, уменьшение расстояния r (потому что, чем меньше расстояние r на заданных высотах, тем больше геометрическая разность хода Δr) и увеличение высот антенн (потому что при заданном расстоянии r увеличение высот антенн приводит к увеличению Δr).

Следует еще раз подчеркнуть, что положенная в основу вывода отражательных формул концепция о существовании в точке приема прямого и отраженного от Земли лучей является лишь приближенной трактовкой, вообще говоря, более сложного процесса распространения и оправдывает себя только в тех случаях, когда высоты поднятых антенн по крайней мере в несколько раз превышают длину волны. Если это условие не выполняется, приходится считаться с влиянием Земли на излучаемые антенной радиоволны уже в непосредственной близости от антенны и прибегать к более строгим методам нахождения поля в точке приема.

5. ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН ОТ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА

5-1. Расчет напряженности поля

Если сравнивать со случаем распространения волн в свободном пространстве, в присутствии плоской земной поверхности мы имеем дело дополнительно и с отражением радиоволн, что ведёт к интерференции в точке наблюдения прямого и отраженного лучей. Влияние кривизны Земли для волн определённых диапазонов приводит к дифракции как вокруг самой Земли, так и на геометрических неоднородностях поверхности. Кроме того, разные комплексные значения диэлектрической проницаемости $|\varepsilon^*|$ ведут к изменению направления волн из-за диэлектрических неоднородностей почвы.

При рассмотрении распространения УКВ с учетом сферичности Земли выделяют существование трех областей:

1. ***Область прямой видимости***. – Выпуклость Земли ограничивает дальность прямой видимости некоторым предельным расстоянием, зависящим от высот передающей и приемной антенн. В этой зоне распространение радиоволн протекает различно в зависимости от того, присутствует отражение от поверхности или его нет.

2. ***Область полутени***. – Это область вблизи горизонта.

3. ***Область глубокой тени***.– Здесь распространение радиоволн возможно за счет дифракции вдоль земной поверхности и на неоднородностях среды.

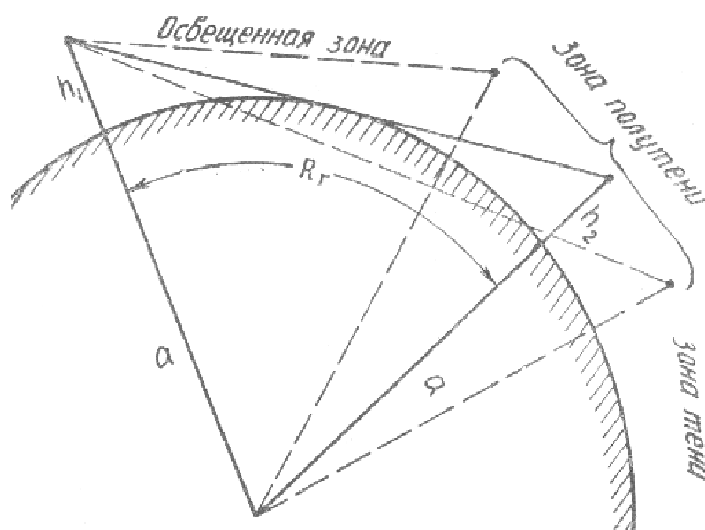


Рис. 7. Основные зоны при распространении радиоволн вдоль земной поверхности.

При решении задачи, аналогичной рассмотренной выше и приведшей к отражательным формулам Введенского, при учете кривизны земной поверхности (рис.8) нужно иметь в виду, во-первых, изменение разности хода для условий плоской и сферической поверхности раздела между прямым и отраженным лучами при том же расстоянии и тех же высотах подъема антенн

(рис.9,*а* и *б*), и, во-вторых, расхождение отраженных лучей, уменьшающее напряженность поля отраженной волны.

Из рис. 8 для случая, когда обе антенны приподняты, находим высоты передающей и приемной антенн h_1 и h_2:

$$h_1 = z_1 + \Delta z_1,$$
$$h_2 = z_2 + \Delta z_2. \qquad (5.1)$$

В этих выражениях z_1 и z_2 – высоты антенн в случае плоской границы раздела. Определив их и учтя расходимость лучей, мы сможем свести задачу к случаю плоской Земли.

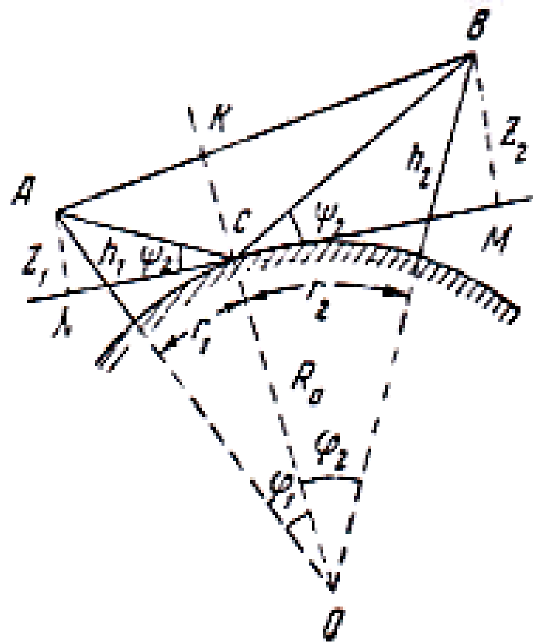


Рис. 8. Схема отражения от сферической поверхности раздела.

Расстояния r_1 и r_2 от оснований антенн до точки отражения найдём из приближенных соотношений:

$$r_1 \approx \sqrt{(R_0 + \Delta z_1)^2 - R_0^2},$$
$$r_2 \approx \sqrt{(R_0 + \Delta z_2)^2 - R_0^2}. \qquad (5.2)$$

Здесь R_0 – радиус Земли.

Пренебрегая членами второго порядка малости, получим:

$$r_1 \approx \sqrt{2R_0 \Delta z_1)},$$
$$r_2 \approx \sqrt{2R_0 \Delta z_2}. \qquad (5.3)$$

Следовательно,

$$\Delta z_1 \approx \frac{r_1^2}{2R_0}, \quad \Delta z_2 \approx \frac{r_2^2}{2R_0}. \qquad (5.4)$$

Тогда

$$z_1 \approx h_1 - \frac{r_1^2}{2R_0}, \quad z_2 \approx h_2 - \frac{r_2^2}{2R_0}. \qquad (5.5)$$

Из треугольников *ACN* и *BMC* легко определить

$$tg\psi_1 \approx \frac{z_1}{(R_0 + h_1)sin\varphi_1},$$

$$tg\psi_2 \approx \frac{z_2}{(R_0 + h_2)sin\varphi_2}.$$

Нетрудно получить из приближенных соотношений (5.5)

$$\frac{h_1 - \dfrac{r_1^2}{2R_0}}{r_1} \approx \frac{h_2 - \dfrac{r_2^2}{2R_0}}{r_2} . \qquad (5.6)$$

Если

$$h_1 >> \frac{r_1^2}{2R_0} \quad \text{и} \quad h_2 >> \frac{r_2^2}{2R_0},$$

имеем:

$$r_1 \approx r\frac{h_1}{h_1 + h_2}, \quad r_2 \approx r\frac{h_2}{h_1 + h_2}. \qquad (5.7)$$

Тогда для высот антенн в случае плоской границы раздела получаем соотношения:

$$z_1 \approx h_1 - \frac{r^2}{2R_0}\left(\frac{h_1}{h_1 + h_2}\right)^2,$$

$$z_2 \approx h_2 - \frac{r^2}{2R_0}\left(\frac{h_2}{h_1 + h_2}\right)^2. \qquad (5.8)$$

Следовательно, множитель распространения в соответствии с (4.26) без учета расходимости лучей определится зависимостью:

$$F = 2sin\frac{2\pi z_1 z_2}{\lambda r} \approx 2sin\left\{\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r}\left[1 - \frac{r_2}{2R_0}\frac{1}{(h_1 + h_2)} + ...\right]\right\}. \qquad (5.9)$$

Входящие сюда величины z_1 и z_2 носят название "приведенных высот". При малых ψ они стремятся к нулю. Следовательно, множитель ослабления в этом случае тоже обращается в нуль. Отсюда приходим к выводу, что применимость отражательных формул ограничена зоной прямой видимости.

Полагая радиус Земли $R_0 = 6.37.10^6$ м, и выражая R_0 и r в км, получают удобные для практических расчетов приведенных высот формулы:

$$z_1(м) = h_1(м) - \frac{r_1^2(км)}{12.8}$$
$$z_2(м) = h_2(м) - \frac{r_2^2(км)}{12.8} \qquad (5.10)$$

Приведем еще соотношения для расчета дальности прямой видимости для двух случаев:

1. ***приподнята одна из антенн***. Дальность прямой видимости рассчитывается из соотношения:

$$r_{10} = \sqrt{2R_0 h_1}\ .$$

При R_0=6.37 .10^6 м

$$r_{10} \approx 3.57\sqrt{h_1(м)}\,(км)\,. \qquad (5.11)$$

2. ***приподняты обе антенны***.

$$r_0 = r_{01} + r_{02} = \sqrt{2R_0}\,(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\,))$$

или

$$r_0 \approx 3.57\sqrt{h_1(м)} + \sqrt{+h_2(м)}\,,(км)\,. \qquad (5.12)$$

Таким образом, весь расчет упирается в знание r_1 и r_2, то есть в знание местоположения точки отражения *C*.

В практических расчетах, когда угол γ достаточно велик, то есть длина линии связи r значительно меньше дальности прямой видимости r_0 , рассчитанной для заданных высот h_1 и h_2, можно пользоваться формулами:

$$r_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2} r, \quad r_2 = \frac{h_2}{h_1 + h_2} r. \qquad (5.13)$$

которые соответствуют случаю плоской Земли.

При $\gamma \to 0$, когда длина трассы сравнима с дальностью прямой видимости, расстояния r_1 и r_2 следует определять по формулам

$$r_1 = \frac{\sqrt{h_1}}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} r, \quad r_2 = \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} r\ . \qquad (5.14)$$

для $\gamma \to 0$.

Для промежуточных случаев рекомендуется брать промежуточные значения, но при этом нужно следить за соблюдением равенства $r = r_1 + r_2$. При применении формулы Введенского можно пользоваться специально рассчитанными графиками, позволяющими по заданному произведению геометрических высот h_1 и h_2 непосредственно определять произведение приведённых высот $z_1 z_2$.

5-2. Ослабление поля, обусловленное отражением от сферической поверхности

Рассматривая геометрическую картину распространения волн при отражении от плоской (рис. 9, *а*) и выпуклой сферической (рис. 9, *б*) поверхностей, можно заметить, что отраженные лучи во втором случае расходятся в большей степени, чем при отражении от плоской поверхности. Мы отмечали, что отраженные от плоской поверхности лучи можно рассматривать как излученные из точки *A*’, являющейся зеркальным изображением точки *A*. В силу этого угол между отраженными от Земли лучами не отличается от угла между этими лучами в точке излучения.

Геометрическая схема распространения волн при отражении от выпуклой поверхности свидетельствует, что в этом случае отраженные лучи расходятся больше, чем при отражении от плоской границы.

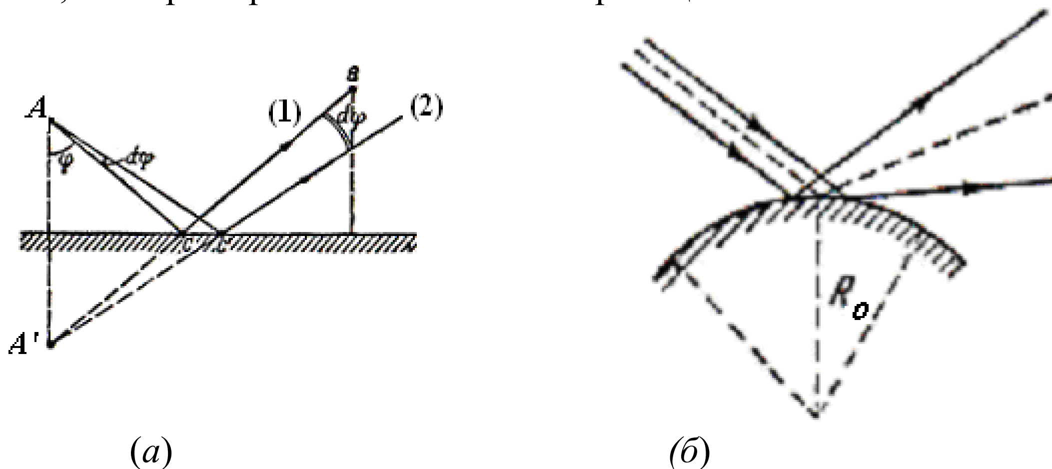


Рис. 9. К расчету расхождения лучей, отраженных от плоской (*а*) и сферической (б) поверхности раздела.

Пусть поток лучей характеризуется угловым раствором $d\psi$ в вертикальной плоскости и $d\omega$ – в горизонтальной. В пределах телесного угла, охватываемого этим пучком, излучается мощность dP. Тогда для вектора Умова-Пойнтинга в точке приема, то есть на расстоянии $r = AC + CB$ от излучателя при отражении от «плоской Земли» в точке *C* получим

$$\frac{E_m^2}{240\pi} = \frac{dP}{r^2 d\psi d\omega}. \qquad (5.I5)$$

Если отражающая поверхность имеет форму сферы, в соответствии с рис. 9,*б* или рис. 10, мнимый источник волн находится в точке *N*, на расстоянии $r < r_1 \approx AC$. Наоборот, поскольку в случае сферической Земли касательная к земле в точке C’ повёрнута на угол $d\alpha$ относительно касательной в точке *C*, угол между отраженными лучами, то есть угол раствора отраженного пучка, превышает на величину $2d\alpha$ угол между этими лучами у излучателя. Следовательно, угол раствора в вертикальной плоскости увеличится до

$$d\mu = d\psi + 2d\alpha$$

Отраженная при этом энергия распределяется по большему телесному углу, чем энергия, излученная антенной, что обусловливает уменьшение напряженности поля.

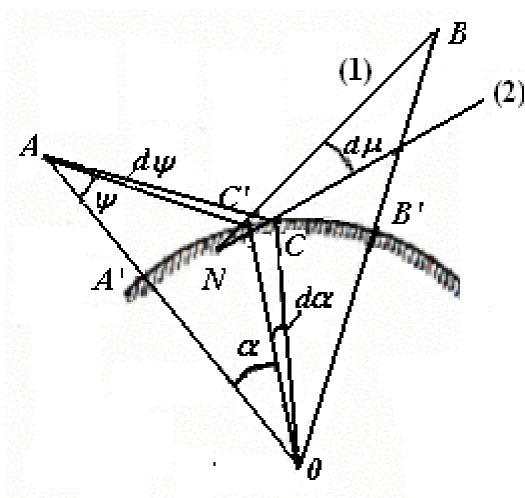


Рис. 10. Положение мнимого источника при отражении от сферической Земли.

В этих условиях выражение для вектора Умова-Пойнтинга в точке приема принимает вид:

$$\frac{E_m'^2}{240\pi} = \frac{dP}{(r'+r_2)rd\mu d\omega}. \qquad (5.16)$$

Здесь r_2 – путь, проходимый волнами от точки отражения до точки приема.

При этом отношение напряженности поля при отражении от сферической Земли к напряженности поля при отражении от плоской Земли – так называемый коэффициент расходимости определится из соотношения:

$$g^2 = \frac{rd\psi}{(r'+r_2)d\mu}. \qquad (5.I7)$$

В соответствии с геометрией рис. 9 получаем:

$$g^2 = \frac{1}{1 + 2\frac{r_2}{r}\frac{d\alpha}{d\psi}}.$$

Если в этом соотношении расстояния по лучам заменить расстояниями, отсчитываемыми вдоль сферической поверхности, что возможно при малых углах ψ, получим выражение для коэффициента расходимости, в которое входят «приведенные» высоты z_1 и z_2:

$$g^2 = \frac{1}{1 + 2\frac{z_1 z_2}{rR_0\gamma^3}}. \qquad (5.I8)$$

В условиях применимости отражательных формул коэффициент расходимости g близок к 1. По мере увеличения расстояния при $r \to r_0$ угол $\gamma \to 0$ и коэффициент расхождения g также стремится к нулю. Однако можно показать, что на столь больших расстояниях отражательные формулы уже неприменимы.

5-3. Характерные особенности области отражения. Критерий Релея

Естественно, определение пределов применимости отражательных формул включает и рассмотрение вопроса о том, каким участком поверхности формируется отраженный луч, и насколько область, существенная при отражении, приближается к однородной плоской поверхности, для которой применимы отражательные формулы, насколько существенны размеры неоднородностей поверхности и характер их распределения на границе раздела. Действительно, если, например, поверхность Земли представляет неровную границу раздела между атмосферой и почвой, применение простой лучевой трактовки, использованной при выводе отражательных формул, становится недопустимым. Однако можно установить приближенный критерий применимости этой трактовки. Ведь фактически при выводе формул для коэффициентов отражения делалось предположение, что Земля является совершенно гладкой, по крайней мере в области существенного для отражения участка. На практике такое условие практически никогда не выполняется.

Найдем высоты допустимых неровностей, определяющих различие между неровной и гладкой поверхностью. Для простоты, неровность представим в виде столбика высотой *h*, θ – угол скольжения (рис. 11).

Геометрическая разность хода

$$\Delta R = BCB' = 2h\sin\theta.$$

Соответствующая разность фаз

$$k\Delta R = \frac{4\pi h\sin\theta}{\lambda}.$$

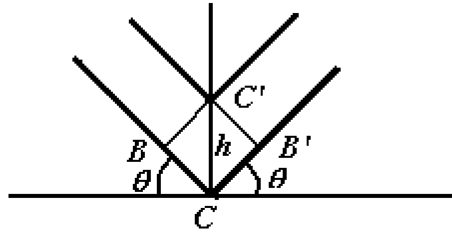


Рис. 11. К выводу критерия Релея.

Если разность хода мала, влияние неровностей также мало и поверхность может рассматриваться как «гладкая». Увеличение отношения высоты неровностей к длине волны или угла скольжения увеличивает разность хода и ослабляет поле. При $k\Delta R = \pi$ отраженные волны приходят в точку приема в противофазе. Выбирая в качестве предельного значения разности фаз величину $\pi/2$, получаем

$$h\sin\theta < \lambda/8.$$

Максимальные высоты неровностей, при которых поверхность может рассматриваться как гладкая, должны быть меньше этой величины:

$$h \le \frac{\lambda}{8sin\theta} = h_{max}. \qquad (5.19)$$

При выполнении этого соотношения можно считать, что имеем дело с ровной поверхностью и применять отражательные формулы.

Соотношение (19) представляет так называемый критерий Релея шероховатости отражающей поверхности. Из него следует, что высоты неровностей, допускающих зеркальное отражение, определяются не только длиной волны, но и существенно зависят от угла скольжения θ. Они тем больше, чем меньше угол скольжения. Если неровности не удовлетворяют этому закону, имеет место полурассеянное или полудиффузное отражение.

Может иметь место и полностью диффузное отражение, когда $h > \lambda/8\sin\theta$. В условиях скользящего падения, когда угол θ мал, $\sin\theta \to 0$, – диффузные отражения вызываются более крупными неоднородностями, чем для крутых лучей. Для горизонтально поляризованных лучей диффузный характер отражения проявляется сильнее, чем в условиях вертикальной поляризации.

Кроме сказанного, важно проанализировать вопрос о размерах области, для которой необходимо выполнение критерия Рэлея, чтобы применение отражательных формул было закономерным. Иными словами, нужно определить, какая часть бесконечной однородной поверхности играет существенную роль в формировании отраженного сигнала. Для этого оценим

размеры области пространства, играющей существенную роль при распространении радиоволн.

5-4. Область пространства, существенно влияющая на распространение радиоволн

Для понимания основных особенностей распространения радиоволн важное значение имеет представление о наиболее существенной для распространения области пространства между передатчиком и приемником. Очевидно, что не все участки этого пространства одинаково влияют на этот процесс одинаково. Существует определенная область, которая в распространении радиоволн играет наибольшую роль.

Для определения существенной области воспользуемся понятием о зонах Френеля, которое основывается на известном принципе волновой оптики – принципе Гюйгенса. В соответствии с этим принципом, каждую точку фронта распространяющейся волны можно считать источником вторичных элементарных сферических волн. Значение поля в точке наблюдения определяется суммой полей всех вторичных излучателей.

Поясним принцип Гюйгенса на примере распространения волн в свободном пространстве. Пусть источник волн расположен в точке *A* (рис. 12).

Определим результирующее поле в точке *B*. Для рис. 11 фронт распространяющейся волны будет представлять сферическую поверхность вокруг точки *A*.

Рассмотрим участок произвольного сферического фронта *DCE*, находящегося на расстоянии *AC* от излучателя. Будем считать, что расстояния *AC* и *CB* значительно больше длины волны λ.

С точки зрения волновой оптики электромагнитное поле в точке *B* можно рассматривать как результат взаимодействия множества сферических волн, создаваемых бесконечно малыми площадками фронта *DCE*. Разобьем поверхность рассматриваемого фронта на кольцевые зоны с центрами в точке *C*. (На нашем рисунке фронт волны и кольцевые зоны показаны в разрезе по вертикальной плоскости, проходящей через точки *A* и *B*). При этом размеры зон выберем так, чтобы суммарная длина пути от точки А до границы каждой из последующих зон и далее до точки В была больше аналогичного пути через границу предыдущей зоны на половину длины волны $\lambda/2$. Таким образом, расстояние AC_1B больше расстояния *ACB* на $\lambda/2$. То есть

$$AC_1B - ACB = \lambda/2. \qquad (5.20)$$

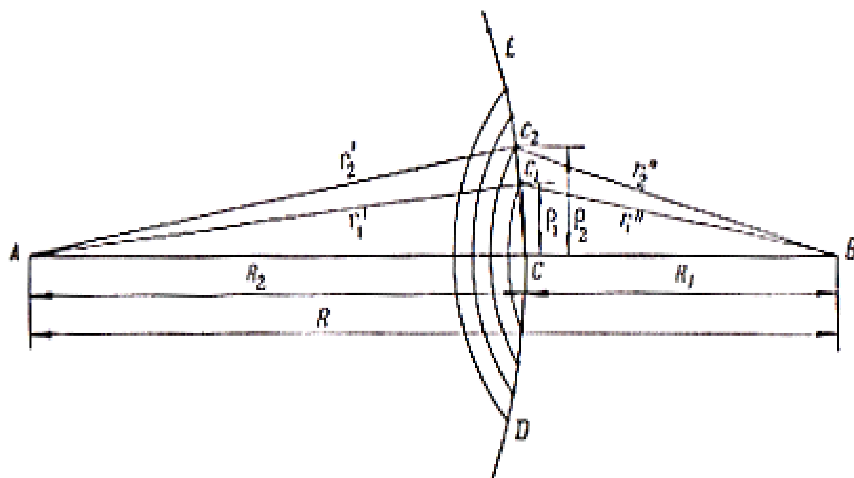


Рис. 12. К построению зон Френеля и расчету области, существенной для распространения электромагнитных волн.

В силу такого построения зон вторичные волны, приходящие в точку *B* от второй зоны, оказываются в противофазе с волнами, приходящими от первой зоны, то есть сдвинуты относительно E_1 на π. Аналогично этому, волны, приходящие от третьей зоны, оказываются в противофазе с волнами, приходящими от второй зоны, и так далее. Следовательно, действие отдельных зон в точке *B* уменьшается с увеличением угла α между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку *B*. Поэтому действие зон постепенно убывает от центральной зоны к периферическим (с большими номерами), несмотря на равенство их площадей. Пусть s_0 – действие центральной зоны в точке *B*, – выражается возбуждением колебания с амплитудой s_0 , s_1 – описывает действие первой зоны и так далее. Действие зон медленно, но убывает от центра к периферии, так что $s_0 > s_1 > s_2 \ldots$

Если *n* достаточно велико, действие *n*-ой зоны может быть очень малым. Так как колебания от соседних зон приходят в точку приема в противофазе, результирующее колебание в этой точке, возбуждаемое всеми зонами, равно:

$$s = s_0 - s_1 + s_2 - s_3 + s_4 - s_5 + \ldots = s_0 - (s_1 - s_2) - (s_3 - s_4) - (s_5 - s_6) . \quad (5.21)$$

Поскольку $s_0 > s_1 > s_2 \ldots$, все скобки здесь положительны и $s_{n+1} < s_n$. Отсюда видно, что амплитуда результирующего колебания меньше, чем амплитуда колебания от одной центральной зоны. Следовательно, действие всей волны в точке приема сведется к действию ее малого участка, меньшего, чем центральная зона.

Если, как это часто делают, воспользоваться методом геометрического сложения колебаний волн вторичных источников основных зон Френеля, то результирующий вектор будет периодически увеличиваться и уменьшаться, приближаясь к значению, создаваемому излучателем в точке приема.

Таким образом, результирующее поле в точке наблюдения в основном создается волнами вторичных излучателей, расположенных в пределах первых нескольких зон Френеля. Вклад в суммарное поле, вносимый волнами

вторичных излучателей остальных зон Френеля, пренебрежимо мал. Следовательно, площадь нескольких первых зон Френеля на фронте распространяющейся волны образует наиболее существенную зону. Совокупность всех существенных зон в пространстве между точками излучения и приема и создает область, играющую наиболее существенную роль в процессе распространения радиоволн.

Каковы будут размеры и конфигурация области, наиболее существенной при распространении?

По условиям построения первая зона Френеля представляет круг радиуса ρ, а остальные зоны – это кольца, внешний радиус которых равен ρ_n. Найдем радиусы зон Френеля. Предположив, что участок фронта волны в пределах первых нескольких зон Френеля является плоским, а угол BCC_n – прямым, из рис. 12 определим:

$$r_n^{'} = \sqrt{\rho_n^2 + R_2^2}, \quad r_n^{''} = \sqrt{\rho_n^2 + R_1^2}\,. \qquad (5.22)$$

Поскольку на практике всегда $\rho_n \ll R_1$ и R_2, можно использовать разложение радикалов в ряды, ограничившись первым членом. Тогда

$$r_n^{'} R_2 + \frac{\rho_n^2}{2R_2}; \quad r_n^{''} \approx R_1 + \frac{\rho_n^2}{2R_1}.$$

Учитывая, что

$$(r_n^{''} + r_n^{'}) - (R_1 + R_2) = n\frac{\lambda}{2}, \qquad (5.23)$$

получим следующее уравнение для определения n-ой зоны Френеля:

$$\frac{\rho_n^2}{2R_2} + \frac{\rho_n^2}{2R_1} = n\frac{\lambda}{2},$$

Решение этого уравнения дает:

$$\rho_n = \sqrt{n\lambda R\tau(1-\tau)}, \qquad (5.24)$$

где $\tau = \frac{R_1}{R}$.

Следовательно, радиус первой зоны Френеля (n=1) в центре трассы, то есть при одинаковых расстояниях от фронта волны до точек A и B ($R_1 = R_2$, $\tau = 0.5$), будет равен

$$\rho_{1\max} = \sqrt{\frac{\lambda R}{4}}\,. \qquad (5.25)$$

Это – наибольшее значение радиуса первой зоны Френеля.

Если рассматривать в каждый данный момент времени различные расстояния от фронта волны до точки наблюдения, то есть менять величину τ,

то, согласно (5.24), радиусы зон Френеля будут изменяться. Поскольку при этом всегда выполняется условие (5.23), в вертикальной плоскости, проходящей через точки *A* и *B* (плоскость чертежа), мы получим эллипсы, каждый из которых будет соответствовать определенной зоне Френеля (рис.13).

В пространстве границы зон Френеля будут описывать поверхность эллипсоидов вращения с фокусами в точках *A* и *B*. Область пространства между двумя соседними эллипсоидами называют пространственной зоной Френеля. В перпендикулярном сечении мы видим соответствующие зоны Френеля.

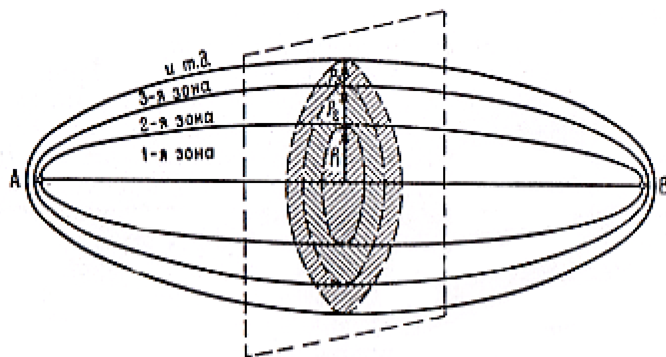


Рис. 13. Зоны Френеля в пространстве и на плоском участке волнового фронта распространяющейся волны.

Поперечные размеры эллипсоидов малы по сравнению с расстоянием между точками передачи и приема, поскольку $\lambda << R$. Таким образом, существенная область пространства оказывается эллипсоидом вращения, который охватывает точки расположения передатчика и приемника и вмещает несколько пространственных зон Френеля.

Вычисления показывают, что в области, включающей примерно 10 пространственных зон Френеля, сосредоточено около 90% энергии распространяющихся волн. Очевидно, эту область и следует считать существенной для распространения радиоволн.

Наибольший поперечный размер этой области (для n=10 и τ=0.5, то есть в центре между точками *A* и *B*) равен $1.58\sqrt{\lambda r}$. С укорочением длины волны поперечные размеры существенной области будут всё более и более уменьшаться. Для оптических волн она настолько сжимается в поперечнике, что практически вся энергия распространяется внутри прямолинейного луча. В этом случае лучевая трактовка распространения луча будет давать такой же правильный результат, как и волновая.

Если при рассмотрении распространения волн в свободном пространстве мы всегда можем заменить распространение волн распространением лучей, то на практике такое возможно далеко не всегда. Когда на трассе есть препятствия, лучевая трактовка неприменима, поскольку в соответствии с ней поле за препятствием должно равняться нулю. На самом же деле на таких трассах будет происходить дифракционное огибание препятствия волнами. При небольших закрытиях линии прямой видимости поле за препятствием может

достигать значительных величин. В таких случаях нужно переходить к единственно правильной волновой трактовке процесса распространения радиоволн.

Рассмотренное выше понятие о зонах Френеля и наиболее существенной для распространения области относилось к случаю распространения волн в свободном пространстве. Однако и при распространении волн на реальных трассах оно сохраняет своё значение. При этом конфигурация и размеры существенной области изменяются в зависимости от конкретных параметров трасс. Так, например, область, существенная для отражения радиоволн от Земли, представляет совокупность всех зон Френеля, построенных на земной поверхности вокруг точки отражения.

К примеру, если речь идет о так называемых трассах дальнего тропосферного распространения (*ДТР*), антенна расположена на сравнительно небольшой высоте над земной поверхностью, угол возвышения мал, а расстояние до корреспондирующего пункта велико. Тогда существенная область представляет вытянутый в направлении трассы эллипс, располагающийся в непосредственной близости от антенны.

Случай прихода в точку приема нескольких отраженных от местных предметов или других неоднородностей волн называют многолучевым распространением. Интерференция в точке приема нескольких отраженных волн приводит к искажениям принимаемого сигнала. Как показывают эксперименты, многолучевое распространение, обусловленное влиянием неоднородностей земной поверхности, чаще всего возникает на трассах с большими высотами подъема антенн при наличии в пределах нескольких зон Френеля высоких строений, холмов и т.д.

Как мы сказали выше, различным значениям разности фаз будут соответствовать различные эллипсоиды. Начиная с некоторого значения разности фаз, они начнут пересекаться с поверхностью Земли. Точка, в которой происходит первое касание, является точкой отражения при геометрической трактовке процесса распространения. Область вокруг неё определяет область, существенную при отражении радиоволн. Именно неровности в пределах этой области и определят характер отражения.

6. ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЗЕМНОЙ ТРОПОСФЕРЫ. АТМОСФЕРНАЯ РЕФРАКЦИЯ

6-1. Изменение показателя преломления с высотой

Показатель преломления атмосферного воздуха *n*, а значит, и диэлектрическую проницаемость ε, только в первом приближении можно положить равными единице. Точное значение *n* несколько больше единицы и зависит от атмосферного давления, температуры и влажности воздуха согласно соотношению:

$$(n-1)\cdot 10^6 = \frac{79}{T}\left(P + \frac{4800e}{T}\right). \qquad (6.1)$$

Здесь *e* – парциальное давление водяного пара в миллибарах, *P* – давление сухого воздуха, *T* – температура в Кельвинах.

Для так называемой стандартной атмосферы (*P*=1013 *миллибар*, *T*=288 *К*, относительная влажность 60%) среднее значение диэлектрической проницаемости воздуха лишь на 676 миллионных долей превышает единицу.

Хотя существуют различные модели изменения параметров атмосферы с высотой, обычно принимается, что давление и влажность убывают по экспоненциальному закону, температура – по линейному. Следовательно, уменьшается и диэлектрическая проницаемость, стремясь вследствие постепенного разрежения воздуха к единице. Поэтому нижние слои воздуха рассматривают как среду, диэлектрическая проницаемость которой с высотой изменяется. Несмотря на то, что это изменение незначительно, его, однако, достаточно для того, чтобы траектория лучей заметно отклонилась от прямой. Это явление носит название атмосферной рефракции.

Необходимость учета атмосферной рефракции именно в диапазоне ультракоротких и микроволн обусловлена тем, что в условиях применимости отражательных формул результирующее поле в точке приема зависит от геометрической разности хода прямого и отраженного лучей. Вывод отражательных формул основывался на предположении, что волны распространяются прямолинейно, в то время как в действительности радиоволны распространяются по криволинейным траекториям, то есть проходят в атмосфере более длинный путь, и угол их прихода изменяется. Это, несомненно, в какой-то степени влияет на геометрическую разность хода лучей. Кроме того, изменение диэлектрической проницаемости с высотой влияет на скорость распространения радиоволн, а, следовательно, и на оптическую разность хода лучей, как принято называть разность хода, вычисленную с учётом скорости распространения радиоволн.

Таким образом, возможность введения в формулы для расчета напряженности поля влияния атмосферной рефракции основывается на знании траектории лучей. Градиент показателя преломления запишется как отношение

$$g_n = \frac{\Delta n(h)}{\Delta h}\, 1/м\,. \qquad (6.2)$$

Изменения показателя преломления в реальной тропосфере показывают, что для так называемой «стандартной» атмосферы в приземной области этот градиент весьма мал:

$$g_n = 4\cdot 10^{-8}\, м^{-1}\,.$$

Преломляющие свойства тропосферы будут характеризоваться определённой, весьма малой, величиной градиента показателя преломления. Однако существование даже таких градиентов оказывает заметное влияние на формирование траектории радиоволн в тропосфере.

6-2. Уравнение эйконала и применение лучевой трактовки при решении задач рефракции

Рассмотрим задачу о распространении волны в среде, показатель преломления которой является функцией координат. Запишем волновое уравнение для любой компоненты поля, которую обозначим через ψ .

$$\nabla^2\psi + k_0^2 n^2 \psi = 0\,, \qquad (6.3)$$

где $n = n(x, y, z)$. (В этом разделе мы не рассматриваем временные изменения показателя преломления).

Поскольку для однородной среды простейшим решением будет плоская волна

$$\psi = \psi_0 \exp\left[\pm ik_0(\alpha x + \beta y + \gamma z)\right], \qquad (6.4)$$

решение уравнения (3) будем искать в виде

$$\psi = \psi_0(x, y, z)\exp\left[\pm ik_0 S(x, y, z)\right]. \qquad (6.5)$$

Подстановка предполагаемого решения с учетом только знака минус дает:

$$\nabla^2\psi_0 - 2ik_0\nabla\psi_0\nabla S - ik_0\psi_0\nabla^2 S - k_0^2\psi_0(\nabla S)^2 + k_0^2 n^2 \psi^2{}_0 = 0\,.$$

Приравняв нулю отдельно действительную и мнимую части, получим два уравнения, решения которых дадут ответ на вопрос о виде функций ψ_0 и S:

$$\frac{\nabla^2\psi_0}{k_0^2\psi_0} - (\nabla S)^2 + n^2 = 0\,, \qquad (6.6)$$

$$\nabla^2 S + \frac{2(\nabla S\nabla\psi_0)}{\psi_0} = 0\,. \qquad (6.7)$$

Положив

$$\frac{\nabla^2\psi_0}{k_0^2\psi_0} << n^2,$$

получим из (6.6) приближённое уравнение для функции S:

$$(\nabla S)^2 = n^2, \qquad (6.8)$$

которое носит название уравнения эйконала.

Для его решения задают граничное условие – поверхность Σ, в каждой точке которой $S = S_0$, то есть задают начальный ход волны. Само решение, на котором мы не станем здесь останавливаться, устанавливает границы применимости лучевой трактовки при решении рефракционных задач. Они определяются возможностью пренебречь членом $\frac{\nabla^2\psi_0}{k_0^2\psi_0 n^2}$ по сравнению с единицей:

$$\frac{\nabla^2\psi_0}{k_0^2\psi_0 n^2} << 1. \qquad (6.9)$$

Как показывает анализ, это условие означает

$$\frac{1}{k_0 n}\left|\frac{\nabla n}{n}\right| << 1. \qquad (6.10)$$

Неравенство (10) соответствует требованию малости изменения показателя преломления на расстояниях порядка длины волны. При $n \to 0$ это условие не выполняется. В таких условиях требуется применение волновой трактовки. Однако для случаев тропосферного распространения они не характерны.

Допущение (9) включает и второе требование. Оно состоит в том, что для применения лучевой трактовки относительное изменение расстояния между лучами на расстояниях порядка длины волны в среде должно быть мало, то есть лучевая трактовка неприменима в окрестности фокуса или каустики лучей.

Для плоской волны в плоскослоистой среде уравнение эйконала решают в предположении, что показатель преломления зависит только от одной координаты z (плоскость падения волны совпадает с плоскостью xz, y=0):

$$n = n(z). \qquad (6.11)$$

Уравнение (8) запишется тогда в виде:

$$(\frac{\partial S}{\partial z})^2 + (\frac{\partial S}{\partial x})^{2\,2} = n^2.$$

Можно показать, что

$$S = ax + \int_0^z \sqrt{(h^2 + a^2)}dz\,, \qquad (6.12)$$

где a – некоторая постоянная.

Пусть в начале слоистой среды (z=0):

$$\psi = C\exp(ik_0 \sin\theta_0). \qquad (6.13)$$

При z=0 из (12) и (13) определяем:

$$a = \sin\theta_0 = n\sin\theta\,,$$

и, учитывая закон Снеллиуса для плоскослоистой среды, имеем:

$$S = x\sin\theta_0 + \int_0^z n(z)\cos\theta(z)dz\,. \qquad (6.14)$$

Тогда решение (3) будет иметь вид:

$$\psi = \frac{C}{\sqrt{n\cos\theta}} e^{\pm ik\left\{\int_0^z n(z)\cos\theta dz + x\sin\theta\right\}}. \qquad (6.15)$$

Можно показать, что решение для сферически слоистой атмосферы (рис.13) с точностью до множителя $1/(1+\frac{z}{R_0})$ совпадает с соответствующим уравнением траектории для плоской Земли, если под показателем преломления понимать не величину n, а величину

$$N = \frac{n\rho}{R_0}. \qquad (6.16)$$

Поскольку в этом множителе $\frac{z}{R_0}$<<1, им можно пренебречь, откуда следует вывод об эквивалентности решения задачи о траектории луча как для плоскослоистой, так и для сферически слоистой атмосферы. Иными словами, вводя в рассмотрение некоторую функцию высоты $N = \frac{n\rho}{R_0}$, можем заменить сферический профиль плоским. Этот показатель преломления носит название «приведенного».

Учитывая (рис. 14), что

$$\rho = R_0 + z\,,$$

получаем:

$$N = \frac{n\rho}{R_0} = \frac{n}{R_0}(R_0 + z) = n\left(1 + \frac{z}{R_0}\right). \qquad (6.17)$$

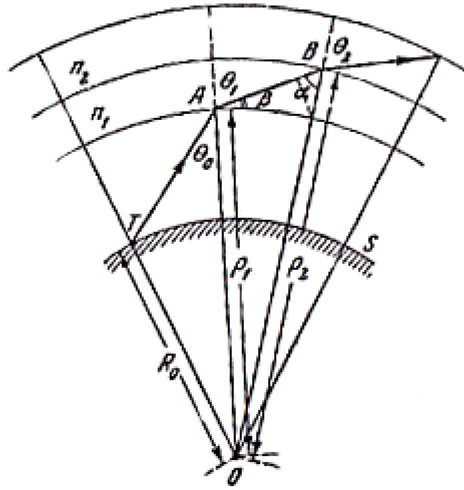


Рис. 14. К вопросу о распространении волн в сферически слоистой среде.

При такой степени приближения уравнение для функции S идентично уравнению (15) для случая плоской Земли.

6-3. Эффективный радиус Земли

Теперь рассмотрим частный случай зависимости n от высоты, отражающий средние условия в земной атмосфере:

$$n = n_0 + \frac{dn}{dz} z, \qquad (5.18)$$

где $\frac{dn}{dz} = -4 \cdot 10^{-8}$ 1/м.

При этом приведенный показатель преломления определится как

$$N = n\left(1 + \frac{z}{R_0}\right) = n_0 + \frac{dn}{dz} z + n_0 \frac{z}{R_0} + \frac{\frac{dn}{dz} z^2}{R_0} \qquad (6.19)$$

или

$$N = n_0 \left(1 + \frac{z}{R_0} + \frac{1}{n_0}\frac{dn}{dz} z\right). \qquad (6.20)$$

Если выражение в скобках представить аналогично (17) как сумму единицы и отношения высоты к некоторой условной величине R_e, легко получить

$$R_e \approx R_0 \left(1 + R_0 \frac{dn}{dz}\right)^{-1}. \qquad (6.21)$$

Таким образом, при показателе преломления n, меняющемся по линейному закону (18) с некоторым градиентом, характеризующим средние условия в тропосфере, можно ввести величину R_e, называемую эффективным радиусом Земли, при которой приведённый показатель преломления N

выражается так, как если бы речь шла о реальном радиусе Земли и однородной атмосфере. То есть, вводя R_e, мы сводим задачу к случаю однородной атмосферы над сферической землёй радиуса R_e, а потом, используя приведенный показатель преломления *N*, приводим задачу к случаю плоской Земли (рис.15). Подставляя численные значения, получаем, $R_e = 4/3\,R_0 = 8500$ км.

Смысл понятия эффективного радиуса становится более ясным, если, используя (20) представить его в виде:

$$\frac{1}{R_e} \approx \frac{1}{R_0} + \frac{1}{n_0}\frac{dn}{dz} \approx \frac{1}{R_0} + \frac{dn}{dz}$$

и определить смысл величины $\frac{1}{n_0}\frac{dn}{dz}$.

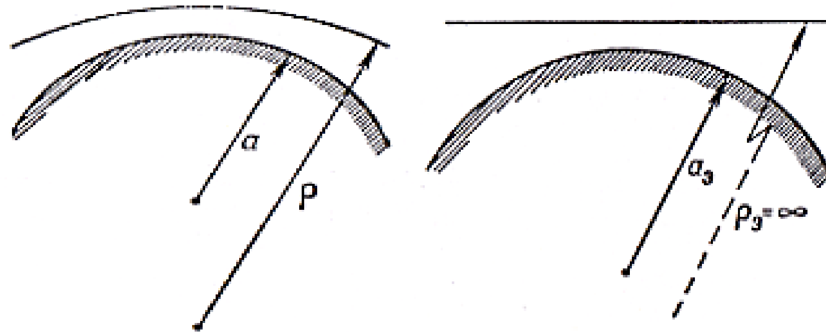


Рис. 15. К определению эффективного радиуса Земли.

Если обозначить через *K* кривизну траектории луча, нетрудно получить

$$K \approx -\frac{1}{n_0}\frac{dn}{dz}\cos\beta. \qquad (6.22)$$

Для лучей, проходящих близко к горизонтальным трассам, $\cos\beta \approx 1$,

$$K \approx -\frac{1}{n_0}\frac{dn}{dz} \cong = -\frac{dn}{dz},$$

то есть $-\frac{dn}{dz}$ есть величина, обратная радиусу кривизны траектории луча. Соответственно, можем записать

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_0} - \frac{1}{\rho}, \qquad (6.23)$$

что означает, что введение эффективного радиуса Земли приводит к тому, разность между кривизной Земной поверхности и кривизной луча остаётся постоянной, равной кривизне условной земной поверхности. Это означает, что

луч, направленный параллельно поверхности сферы эффективного радиуса, будет оставаться параллельным ей в любой точке распространения.

Такой ход показателя преломления n, при котором введение эффективного радиуса Земли, равного $4/3R_0$, сводит задачу к случаю однородной атмосферы, определяют как «стандартную» атмосферную рефракцию.

Введение эквивалентного радиуса земли значительно упрощает расчеты. Однако необходимо помнить, что возможно это только для случаев линейного изменения показателя преломления с высотой. При нелинейной зависимости $\varepsilon(h)$ радиус траектории волны меняется по ее длине и спрямление траектории с помощью эквивалентного радиуса Земли невозможно.

При $\frac{dn}{dz} = -g_n = 0$, то есть в случае однородной тропосферы, в которой изменение показателя преломления с высотой отсутствует, получаем бесконечное значение радиуса кривизны луча, поскольку в этих условиях его траектория представляет прямую линию. Знак "минус" означает, что радиус кривизны будет положительным, то есть траектория луча будет обращена выпуклостью вверх только при условии, что показатель преломления с высотой будет уменьшаться.

Как правило, на практике придерживаются следующей классификации типичных случаев (рис.16).

1. Отсутствие рефракции. $\frac{dn}{dz} = 0$. В такой ситуации эффективный радиус Земли не отличается от действительного R_0.

2. Отрицательная атмосферная рефракция. Траектории лучей в такой ситуации обращены выпуклостью вниз. Лучи уходят от Земли, что приводит к уменьшению дальности связи. Наблюдается отрицательная рефракция, когда $\frac{dn}{dz} > 0$. $R_e < R_0$.

3. Положительная атмосферная рефракция. Возникает при $\frac{dn}{dz} < 0$. В этих условиях траектории лучей обращены выпуклостью вверх.

В условиях положительной рефракции различают три частных случая.

1. Пониженная рефракция. $g_n > -4.10^{-8}$ 1/м.

2. Нормальная рефракция. $g_n = -4.10^{-8}$ 1/м. Если показатель преломления линейно меняется с высотой и $g_n = const$ для всей тропосферы, траектории принимают форму дуг окружности определенного радиуса. В условиях нормальной рефракции

$$R_e = \frac{4}{3} R_0.$$

3. Повышенная рефракция. Показатель преломления уменьшается с высотой быстрее, чем это определяется условиями нормальной рефракции $g_n < -4.10^{-8}$ 1/м.

4. Критическая рефракция. При значении $g_n = -15.7 \cdot 10^{-8}$ 1/м радиус кривизны траектории луча становится равным радиусу земного шара. $R_e = \infty$, что означает, что траектория пологого луча сохраняет неизменной высоту над Землёй и луч распространяется как бы над плоской Землей.

5. При $g_n < g_{n\,критич.}$ наступает сверхрефракция или «волноводное» распространение радиоволн. В условиях сверхрефракции энергия электромагнитных волн сосредотачивается в сферическом слое, концентричном земной поверхности. В слое, где $g_n < -15.7 \cdot 10^{-8}$ 1/м, возможно волноводное распространение. Волноводы могут быть как приземными, тогда нижней границей служит поверхность Земли, так и приподнятыми, при этом излучение распространяется внутри приподнятого слоя, отражаясь от его границ. Использование волноводов могло бы способствовать существенному увеличению дальности связи. Однако крайняя нерегулярность появления атмосферных волноводов не позволяет широко их использовать.

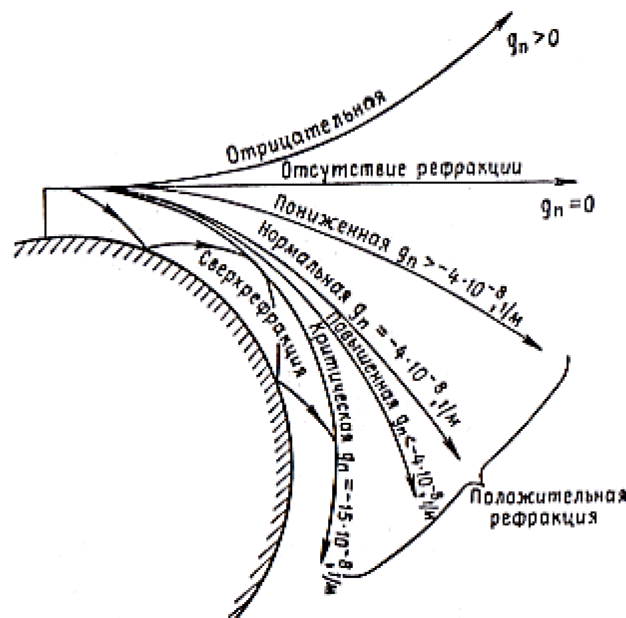


Рис. 16. Ход лучей при различных видах атмосферной рефракции.

Отметим, что в соответствии с формулой, определяющей зависимость показателя преломления от метеопараметров, можем записать линейную зависимость показателя преломления от высоты в виде:

$$M = (N-1) \cdot 10^{-6} = \frac{79}{T}\left(P + \frac{4800e}{T}\right) + \frac{z}{R_0}10^6. \qquad (6.24)$$

Величину, стоящую слева, называют «модулем тропосферной рефракции». Для оценки рефракции часто строят так называемые M-профили,

которые отличаются от высотных профилей приведенного показателя преломления лишь масштабом.

6-4. Классификация методов расчета радиолиний

Представленный выше анализ свидетельствует о сложности и многообразии влияния земли и атмосферы на распространение радиоволн УКВ и позволяет представить классификацию основных случаев распространения волн этого диапазона:

1. Распространение волн, близкое к условиям распространения в свободном пространстве.
2. Распространение волн в освещенной области (так называемые «открытые» трассы).
3. Дифракционное распространение, когда пункт приема находится за пределами радиогоризонта в области полутени или тени. Закрытие может быть вызвано как кривизной земной поверхности, так и неровностями рельефа и местными предметами.

Для классификации методов расчета радиолиний вводят понятие трех основных зон (рис. 7): освещенной, зоны полутени и зоны тени.

При работе в освещенной зоне передающая и приемная антенны находятся в условиях прямой видимости. В зоне тени такая видимость отсутствует. Зона полутени находится между этими основными зонами.

В освещенной зоне (зоне прямой видимости) часто наблюдаются отражения радиоволн от подстилающей поверхности и, следовательно, интерференция прямой и отраженной волн. На величину сигнала здесь определенное влияние могут оказать рефракция и рассеяние на неоднородностях среды, вызывающие сезонные, суточные и нерегулярные изменения поля. В областях полутени и тени, когда приемный пункт располагается за пределами радиогоризонта, достаточный для приема уровень сигнала обусловливается дифракцией волн. При этом рефракция и рассеяние изменяют уровень сигнала, делая его менее устойчивым. Уровень сигнала в области глубокой тени (при дальнем тропосферном распространении) определяется существованием атмосферных волноводов и рассеянием на неоднородностях тропосферы.

6-5. Дифракционное распространение радиоволн

Когда длина трассы велика, а антенны подняты невысоко, распространение радиоволн вдоль земной поверхности происходит за счет огибания радиоволнами кривизны Земли. При этом Земля предполагается идеально гладкой сферой радиуса, равного эквивалентному радиусу земли, а электрические свойства поверхности Земли представляется одинаковыми во всех точках. Сложности расчета напряженности поля в точке приема в таких ситуациях определяются тем, что она зависит от многих факторов: высот расположения антенн, расстояния между ними, кривизны земной поверхности,

длины волны, электрических параметров почвы. Падающая волна проникает внутрь экранирующего препятствия, вызывая там колебания свободных электронов и связанных зарядов. При наложении первичной и вторичной волн в окружающем пространстве создается результирующая волна. Аналогично преломленной волне при отражении от поверхности раздела, при дифракции образуется волна, распространяющаяся внутри препятствия, и вторичная волна, распространяющаяся над препятствием, аналогичная отраженной волне.

Однако, несмотря на такое сходство, подход к учету явлений дифракции и отражения и методы расчета результирующего поля в условиях отражения и дифракции совершенно различны. При решении задачи определения поля в условиях отражения применяются методы геометрической оптики. В случаях, когда радиусы кривизны отражающей или преломляющей поверхностей сравнимы с длиной волны или если точка наблюдения находится вблизи границы раздела сред, геометрическая оптика оказывается неприменимой. При расстояниях между корреспондирующими пунктами, сравнимых с радиусом Земли, прямой и отраженный лучи сливаются. В таких случаях приходится обращаться к волновой оптике, что позволяет объяснить происходящие дифракционные явления. В результате дифракции поле в точке приема может существенно отличаться от падающего по амплитуде, фазе, направлению движения, поляризации. Поэтому для оценки напряженности поля на границе области тени и даже в области полутени приходится пользоваться дифракционными формулами.

Задача дифракции радиоволн вокруг гладкой земной поверхности принадлежит к наиболее сложным задачам математической физики. Первое приближенное решение этой задачи в предположении идеально проводящей поверхности земного шара и для антенн, расположенных непосредственно у поверхности Земли, было получено Ватсоном. Оно показало, что по мере удаления в глубокую тень поле убывает очень быстро – экспоненциально, и тем быстрее, чем короче волны.

Б.А. Введенский, развивая метод Ватсона, получил решение дифракционной задачи для поверхности земного шара при конечной проводимости и приподнятых антеннах, что впервые позволило применять дифракционную формулу к диапазону УКВ. Для области тени с учетом конечной проводимости почвы и высот подъема приемной и передающей антенн Б.А. Введенским был разработан удобный графический метод расчета, широко применяемый до настоящего времени. Однако в области полутени одночленная дифракционная формула Б.А. Введенского оказалась неприемлемой.

Полное решение проблемы получили В.А.Фок и Ван дер Поль и Г. Бреммер. Позднее В.А.Фок разработал способ учета в дифракционных формулах влияния неоднородности атмосферы.

Метод В.А. Фока расчета поля в области полутени справедлив при любых расстояниях между передатчиком и приемником. Если это расстояние невелико, полученное В.А. Фоком выражение переходит в отражательные

формулы. При больших расстояниях оно совпадает с ранее полученными дифракционными формулами Б.А. Введенского.

Дифракционная формула Фока для определения напряженности поля в области тени, то есть за пределами прямой видимости, может быть представлена в виде:

$$E = \frac{173\sqrt{P(квт)D}}{r(км)} F\left(\frac{мв}{м}\right). \qquad (6.25)$$

Здесь E– действующее значение напряженности поля в пункте приема; r – расстояние вдоль поверхности Земли между передающей и приемной антеннами; P – излучаемая мощность, D – коэффициент направленного действия передающей антенны по отношению к изотропному излучателю; F – множитель ослабления, определяемый по формуле:

$$|F| = 2\sqrt{\pi x}\left|\sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{ixt_s}}{t_s - q^2} \frac{\varpi(t_s - y_1)}{\varpi(t_s)} \frac{\varpi(t_s - y_2)}{\varpi(t_s)}\right|, \qquad (6.26)$$

где x – относительное расстояние, y_1 и y_2 – относительные высоты передающей и приемной антенн, определяемые, соответственно, по формулам: $x = r/L; \quad y = h/H$. При расчетах вводятся параметры $L \equiv \left[\lambda R_0^2/\pi\right]^{1/3}$ – так называемый “масштаб расстояний” и $H \equiv \frac{1}{2}\left[\lambda^2 R_0/\pi^2\right]^{1/3}$ – “масштаб высот”; h – высота антенны; λ – длина волны; R_0 – радиус земного шара; q – параметр, учитывающий электрические свойства поверхности Земли:

$$q = \sqrt[3]{\frac{\pi R_0}{\lambda}} \Big/ \sqrt{\varepsilon' + i60\lambda(м)\sigma} \; \left(\frac{1}{ом \cdot м}\right),$$

ε'– относительная диэлектрическая проницаемость, σ – удельная проводимость почвы; $\varpi(t)$ – функция Эйри, связанная простым соотношением с функцией Ганкеля порядка 1/3, t_s – корень уравнения

$$\varpi'(t) - q\varpi(t) = 0. \qquad (6.27)$$

В области геометрической тени ряд для F довольно быстро сходится и в области глубокой тени можно ограничиться одним членом. Выражение для множителя ослабления при этом принимает вид так называемой «одночленной дифракционной формулы»

$$|F| = 2\sqrt{\pi x}\left|\frac{e^{ixt_1}}{t_1 - q^2} \frac{\varpi(t_1 - y_1)}{\varpi(t_1)} \frac{\varpi(t_1 - y_2)}{\varpi(t_1)}\right|, \qquad (6.28)$$

которая имеет более простую структуру.

Множители вида $\varpi(t_1 - y)/\varpi(t)$ носят название «высотных множителей». Они характеризуют влияние высот антенн на величину напряженности поля в месте приема и у поверхности Земли. В диапазоне УКВ, когда можно положить $\lambda \to 0$ и $q \to \infty$, первый корень уравнения (27) принимает значение t_1=1.17+i2.03. Вводя параметр q в знаменатели высотных множителей и пользуясь (27), выражению для F придают еще более простой вид:

$$|F| = 2\sqrt{\pi x}\; e^{-2.03x} \left|\frac{\varpi(t_1 - y_1)}{\varpi'(t_1)}\right| \left|\frac{\varpi(t_1 - y_2)}{\varpi(t_1)}\right|. \qquad (6.29)$$

Для более быстрого определения численного значения входящих в формулу (29) множителей составлены удобные графики. Как уже отмечалось, вблизи границы области тени и в освещенной области число необходимых членов ряда (26) чрезвычайно велико и он неудобен. И решению в этой области придают другую, более удобную, форму.

Наличие на трассе крупных препятствий приводит к дифракционному ослаблению поля, особенно в дециметровом и сантиметровом диапазонах. Поэтому при создании трасс стараются избегать присутствия на них таких неоднородностей. В ряде случаев используют специальные ретрансляторы.

Отметим, что в условиях тропосферного распространения радиоволн часто наблюдается дифракция на отдельных предметах. Обычно напряженность поля волны в случаях присутствия на ее пути непрозрачных препятствий рассчитывается по формулам дифракции света. В этом случае горные хребты или отдельно стоящие здания приближенно заменяются непрозрачным экраном. Расчеты и практика показывают, что в диапазоне ультракоротких радиоволн напряженность за препятствием в виде горного хребта может оказаться больше, чем поле на том же удалении при распространении в отсутствие препятствия вдоль гладкой поверхности земли. Это явление, обнаруженное экспериментально, получило название «усиления за счет препятствия».

Наименьшее ослабление вызывают остроконечные (так называемые клиновидные) препятствия. Математический анализ приводит к выражению для напряженности поля в виде

$$E = E_0 F_{cp}\left[\left(1 + |\Phi_1|\right) e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r_1 + \beta_1\right)} + \left(1 + |\Phi_2|\right) e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r_2 + \beta_2\right)}\right], \qquad (6.30)$$

где $|\Phi_1|$ и $|\Phi_2|$ – модули коэффициентов отражения от Земли, β_1 и β_2 – фазы коэффициента отражения, $\Delta r_{1,2}$ разность хода прямого и отраженного лучей между вершиной препятствия и антенной соответствующего конечного пункта.

При $\Phi_1 = \Phi_2 = 1$

$$E = 4E_0 F_{cp} \sin\frac{2\pi h_1 h_к}{\lambda r_1} \sin\frac{2\pi h_2 h_к}{\lambda r_2}. \qquad (6.31)$$

В этом выражении h_K – величина закрытия линии прямой видимости клиновидным препятствием (рис. 17).

Как следует из соотношения (31) при не очень малых значениях множителя ослабления F и удачно выбранных высотах приемной и передающей антенн и расстояниях до препятствия идо точки приема за препятствием, когда величины синусов близки к единице, результирующее поле за препятствием может иногда даже превосходить значение поля для условий свободного пространства. Такие условия чаще всего наблюдаются на метровых волнах. Применяемый способ учета влияния таких препятствий вполне пригоден для приближенных расчетов и обеспечивает приемлемую для практики точность.

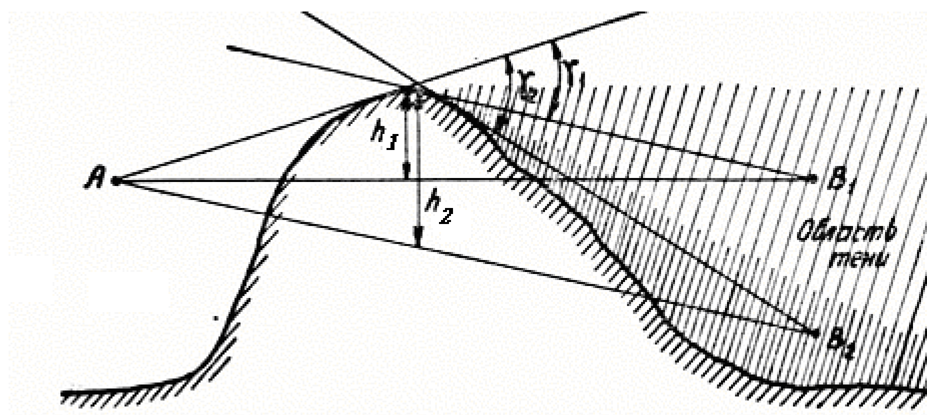


Рис. 17. К учету влияния клиновидного препятствия.

7. ПОГЛОЩЕНИЕ РАДИОВОЛН ГАЗАМИ АТМОСФЕРЫ

Тропосфера практически прозрачна для волн от сверхдлинного до метрового диапазонов. Ослабление интенсивности СМ и более коротких волн, включая оптические, обусловлено поглощением их в составляющих атмосферу газах и рассеянием на молекулах воздуха и так называемых гидрометеорах. Ослабление миллиметровых и более коротких волн обусловлено также поглощением газами атмосферы, главным образом, – кислородом и парами воды.

Интенсивность рассеяния существенно зависит от длины волны и размеров молекул. Молекулы воздуха слабо рассеивают даже наиболее короткие радиоволны. Поэтому практически ощутимым является лишь рассеяние радиоволн гидрометеорами.

Поглощение радиоволн газами атмосферы является избирательным, иначе говоря, резонансным. Оно обусловлено молекулярной квантово-механической структурой этих газов. Количественные данные о поглощении радиоволн газами могут быть получены при помощи формул квантовой механики.

Поглощение и рассеяние волн гидрометеорами не является избирательным. Количественные данные можно при этом получить в результате решения задачи о дифракции радиоволн на отдельной частице, имеющей, например, форму шара. Получаемые таким образом количественные данные о поглощении радиоволн газами тропосферы и поглощении и рассеянии гидрометеорами вполне согласуются с результатами измерений.

Если длина волны превышает несколько сантиметров, поглощение атмосферными газами становится пренебрежимо малым, при условии, что речь не идёт об очень длинных трассах. Однако ослабление в облаках и дожде должно учитываться во всём диапазоне волн короче 10 см. Особенно сильно оно сказывается для волн короче 3 см.

7-1. Дисперсия диэлектрической проницаемости

Мы уже упоминали, что тропосфера представляет собой слоисто-неоднородную в вертикальном направлении среду высотой порядка 9 – 11 км.

Воздух тропосферы состоит из молекул нейтральных газов и молекул водяного пара. Диэлектрическая проницаемость газа, не содержащего свободных электронов и ионов, обусловлена дополнительными полями, создаваемыми смещением электронов в молекулах и ориентировкой полярных молекул под воздействием поля.

Из числа газов, входящих в состав воздуха, полярными молекулами обладает только водяной пар.

Вектор электрической индукции в среде определяется из соотношения:

$$D = E + 4\pi P = \varepsilon E \,. \tag{7.1}$$

Вектор объемной поляризации для сухого воздуха

$$P_c = \sum_{i=1}^{N} \beta_i E , \qquad (7.2)$$

где β_i – коэффициент поляризуемости (индекс i относится к разным компонентам воздуха), N – число частиц в единице объема.

Если газ состоит из одинаковых частиц, то

$$P_c = \beta NE . \qquad (7.3)$$

Дипольный момент единицы объема, в котором содержится N_1 полярных молекул, как известно, равен:

$$P_{\text{м}} = \frac{\mu_0^2 N_1}{3kT} E , \qquad (7.4)$$

где μ_0 – постоянный дипольный момент молекул, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Полный дипольный момент единицы объема

$$P = P_c + P_{\text{м}} = \left(\beta N + \frac{\mu_0^2 N_1}{3kT} \right) E . \qquad (7.5)$$

Отсюда из (1) и (2) определим диэлектрическую проницаемость

$$\varepsilon - 1 = 4\pi \left(\beta N + \frac{\mu_0^2 N_1}{3kT} \right). \qquad (7.6)$$

Известно, что диэлектрическая проницаемость газов, составляющих приземный воздух, мало отличается от единицы. Поэтому

$$\varepsilon - 1 = n^2 - 1 \cong 2(n-1).$$

Отсюда

$$n - 1 = 2\pi \left(\beta N + \frac{\mu_0^2 N_1}{3kT} \right). \qquad (7.7)$$

Число молекул газа в 1 см^3 при давлении P миллибар и абсолютной температуре T равно:

$$N = 2.7 \cdot 10^{19} \frac{P}{T} \frac{273}{1013}. \qquad (7.8)$$

В классической теории, представляющей молекулу газа как квазиупругий осциллятор, коэффициент поляризуемости β определяется соотношением:

$$\beta = \frac{e}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \qquad (7.9)$$

где ω_0^2 – собственная частота колебаний осциллятора.

Если $\omega_0 >> \omega$, зависимостью коэффициента поляризуемости от частоты можно пренебречь.

Собственные частоты молекул газов, входящих в состав воздуха, лежат в области ω_0>15000МГц (λ<2 см). И для волн длиннее 10 см зависимостью коэффициента поляризуемости от частоты обычно пренебрегают.

Коэффициент поляризуемости β определяется экспериментально. Для кислорода он равен $0.64.10^{-24}$, для азота – $0.96.10^{-24}$. Для воздуха в целом принимается $\beta=10^{-24}$. Дипольный момент молекулы воды известен $\mu_0 = 1.87 \cdot 10^{-18} CGSE$.

Подстановка этих численных значений в формулу (4) приводит к уже известному соотношению (6.1). Оно показывает, что показатель преломления от частоты не зависит. Зависимость показателя преломления от частоты может стать заметной лишь в области частот, близких к резонансным частотам. В этих областях должно наблюдаться аномальное поглощение радиоволн, так как дисперсия и поглощение электромагнитных волн средой – явления взаимосвязанные.

Диэлектрическая проницаемость характеризует связь между векторами *D* и *E* в среде. Если частота волны очень велика, поляризация вещества не успевает следовать за изменением поля. В результате между векторами *D* и *E* появляется сдвиг по фазе. Следовательно, при частотах электромагнитных полей, сравнимых с собственными частотами колебаний молекул среды, диэлектрическая проницаемость становится комплексной величиной, зависящей от частоты:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega). \qquad (7.10)$$

Наличие мнимой части диэлектрической проницаемости эквивалентно появлению эффективной проводимости среды

$$\sigma_{эф} = \frac{\omega\varepsilon''(\omega)}{4\pi} \qquad (7.11)$$

и приводит к поглощению электромагнитного поля средой.

Между действительной и мнимой частями диэлектрической проницаемости существует определённая аналитическая зависимость, поэтому, зная одну из этих величин, можно вычислить другую. При этом малое изменение $\varepsilon'(\omega)$ с частотой может привести к значительному поглощению энергии.

Поглощение радиоволн молекулами газов носит резонансный характер. Резонансные линии поглощения рассчитываются методами квантовой теории.

Расчеты показали, что резонансная линия поглощения водяного пара соответствует λ=1.35 см. Резонансные линии поглощения кислородом соответствуют λ=0.5 см и λ= 0.25 см.

На рис.18 приведены сведения о поглощении радиоволн в воздухе при давлении 760 мм рт. ст. и плотности водяного пара 10 г/м^3. Поглощение радиоволн короче 1 мм велико и их можно использовать в атмосфере только для связи на очень небольшие расстояния. При переходе к еще более коротким волнам в тропосфере появляются окна прозрачности для разных длин волн и линии поглощения.

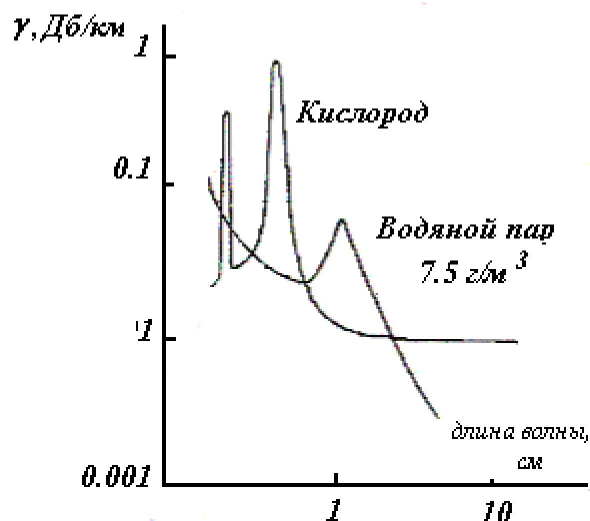


Рис. 18. Поглощение радиоволн водяным паром на волне 1.35 см и кислородом на волнах 0.5 см и 0.25 см.

Тем не менее, как показывают расчеты, дисперсия действительной части диэлектрической проницаемости очень невелика. Изменение величины (n–1), связанное с полосой поглощения кислорода λ=0.5 см, составляет, к примеру, одну трехсотую часть значения величины (n–1). Поэтому зависимостью показателя преломления воздуха от частоты можно пренебречь вплоть до видимой части диапазона электромагнитных волн. Можно считать, что для всего радиодиапазона показатель преломления тропосферы определяется формулой (6.1). Таким образом, эта величина является функцией давления, температуры и влажности.

Итак, дисперсия и поглощение радиоволн веществом – явления взаимосвязанные. Оба они наблюдаются на достаточно высоких частотах. При быстропеременном поле поляризуемость вещества не успевает «следовать» за изменениями электромагнитного поля. Значение вектора электрической индукции D в некоторые моменты не определяется значением вектора напряженности электрического поля E в тот же момент времени, а зависит, вообще говоря, от значения $E(t)$ в предыдущие моменты. Это означает, что при гармоническом изменении поля во времени между векторами D и E появляется сдвиг по фазе. В результате в быстропеременных полях при частотах, сравнимых с собственными частотами тех молекулярных колебаний, с которыми связано возникновение электрической поляризации вещества, диэлектрическая проницаемость становится комплексной величиной, зависящей от частоты.

Процесс установления электрической поляризуемости позволяет на основе теории функций комплексного переменного показать, что между действительной и мнимой частями диэлектрической проницаемости существует определённая связь. Эта связь такова, что едва заметные изменения показателя преломления приводят к значительному, с точки зрения практики распространения радиоволн, поглощению.

Пусть при изменении частоты от 0 до ω вещественная часть диэлектрической проницаемости изменяется на $\Delta\varepsilon(\omega)$, а мнимая, имевшая при ω=0 нулевое значение, – на $\Delta\varepsilon''(\omega)$. Тогда, обозначая показатель преломления как сумму действительной и мнимой частей

$$n' = n - i\chi, \qquad (7.12)$$

получаем:

$$\sqrt{\varepsilon'(\omega)} = \sqrt{\varepsilon(\omega) - i\varepsilon''(\omega)}.$$

Считая $\Delta\varepsilon$ и $\Delta\varepsilon'' \ll \varepsilon(0)$, имеем:

$$\sqrt{\varepsilon'(\omega)} = \sqrt{\varepsilon(0)\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon(0)} - i\frac{\Delta\varepsilon''}{2\varepsilon(0)}\right)} = n + \Delta n - i\chi.$$

Отсюда

$$\Delta n = \frac{1}{2}\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon(0)}; \quad \chi = \frac{1}{2}\Delta\varepsilon''. \qquad (7.13)$$

В тропосфере $\varepsilon(0) \cong 1$, так что

$$\Delta n = \frac{1}{2}\Delta\varepsilon. \quad \chi = \frac{1}{2}\Delta\varepsilon'', \qquad (7.14)$$

а коэффициент ослабления запишется в виде:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta\varepsilon'' 10^4 \cdot 0.434 \text{ дБ/км}. \qquad (7.15)$$

Если, к примеру, $\Delta\varepsilon''$ имеет такой же порядок величины, что и $\Delta\varepsilon$ или Δn, то есть $\Delta\varepsilon \cong 10^{-6}$, то для длины волны 3 см получаем γ=0.9 дБ/км. Значит, при незначительном, связанном с аномальной дисперсией, изменении показателя преломления наблюдалось бы очень большое ослабление радиоволн. Для волн длиннее 2 см такое явление места не имеет. Поэтому можно сделать вывод: поскольку для $\lambda \gg 2$ см нет практически ощутимого поглощения, то не должно быть и сколько-нибудь заметного изменения показателя преломления с частотой, то есть дисперсией радиоволн в этой ситуации можно пренебречь. Отметим еще раз, что поглощение радиоволн газами тропосферы начинается сказываться на волнах $\lambda \ll 2$ см, хотя на больших расстояниях, в несколько сотен километров, оно становится заметным на волне 3 см и даже на волне 10 см.

Основными тропосферными газами, которые поглощают радиоволны в диапазоне частот от 100 до 50 000 МГц, являются водяной пар и кислород. В этом диапазоне поглощение радиоволн наиболее велико в области поглощения водяным паром на длине волны 1.35 см (22235 МГц) и ряда линий поглощения кислорода на волне 0.5 см (средняя частота около 60 000 МГц).

Зависимости поглощения от температуры, давления и влажности и частоты получены Ван Флеком в разработанной им теории поглощения электромагнитных волн.

Из рис.18 видно, что в полосе от 13 000 МГГц до 32 МГГц поглощение водяным паром превышает поглощение атмосферным кислородом. Это означает, что в указанном интервале полное поглощение сильно зависит от изменений содержания водяного пара в атмосфере. Вне этого интервала полное поглощение более чувствительно к изменениям плотности кислорода. Только вблизи резонансной частоты поглощения водяным паром (λ=1.35 см) превышает поглощение кислородом.

7-2. Некоторые сведения о теории Ван Флека поглощения электромагнитных волн атмосферными газами

Поглощение кислородом при T = 293 К и нормальном атмосферном давлении определяется соотношением:

$$\gamma_1 = \frac{0/34}{\lambda^2}\left[\frac{\Delta\upsilon_1}{\frac{1}{\lambda^2}+\Delta\upsilon_1^2}+\frac{\Delta\upsilon_2}{(2+\frac{1}{\lambda})^2+\Delta\upsilon_2^2}+\frac{\Delta\upsilon_2}{(2-\frac{1}{\lambda})^2+\Delta\upsilon_2^2}\right] \text{ дБ/км}, \qquad (7.16)$$

где λ – длина волны, для которой определяется поглощение, $\Delta\upsilon_1$ и $\Delta\upsilon_2$ – коэффициенты ширины спектральных линий, измеряемые в см$^{-1}$атм$^{-1}$.

Эта формула основана на приближениях, вытекающих из теории уширения спектральных линий из-за соударений молекул.

Поглощение водяным паром при T=293 K, обусловленное линией поглощения на волне 1.35 см, определяется соотношением:

$$\frac{\gamma_2}{\rho} = \frac{3.510^{-3}}{\lambda^2}\left[\frac{\upsilon_3}{(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{1.35})^2+\Delta\upsilon_3^2}+\frac{\upsilon_3}{(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{1.35})^2+\Delta\upsilon_3^2}\right], \qquad (7.17)$$

где ρ – абсолютная влажность воздуха, $\Delta\upsilon_3$ – коэффициент ширины линии поглощения водяным паром на длине волны 1.35 см.

Таблица

Значения параметров, используемых при расчете поглощения радиоволн в атмосфере (ρ – плотность водяного пара в г/м^3)

Погло-	Множитель	Ширина линии, см$^{-1}$

щение, дБ/км		
γ	$\frac{0.34}{\lambda^2}\frac{P}{1013,25}(\frac{293}{T})^2$	$\Delta\upsilon_1\frac{P}{1013,25}(\frac{293}{T})^{3/4}$ $\Delta\upsilon_2\frac{P}{1013,25}(\frac{300}{T})^{3/4}$
$\frac{\gamma_2}{\rho}$	$\frac{0.0318}{\lambda^2}(\frac{293}{T})^{5/2}\exp(-644/T)$	$\Delta\upsilon_3\frac{P}{1013,25}(\frac{318}{T})^{1/2}(1+0.0046\rho)$
$\frac{\gamma_3}{\rho}$	$\frac{0.05}{\lambda^2}(\frac{293}{T})$	$\Delta\upsilon_4\frac{P}{1013,25}(\frac{318}{T})^{1/2}(1+0.0046\rho)$

Дополнительное поглощение возникает из-за влияния более высокочастотных линий поглощения водяным паром и рассчитывается оно по формуле:

$$\frac{\gamma_3}{\rho} = 0.05\frac{\Delta\upsilon_4}{\lambda^2}, \qquad (7.18)$$

где $\Delta\upsilon_4$ – эффективная ширина линий поглощения водяным паром на волнах короче 1.35 см.

Постоянные множители во всех этих формулах и коэффициенты ширины линий зависят от давления и температуры. Эти зависимости приведены в таблице.

Анализ экспериментальных данных позволяет обнаружить важные особенности в поведении коэффициентов поглощения в зависимости от частоты и в разные сезоны.

Для первых 1.5 км над Землёй в диапазоне частот от 10 до 32.5 ГГц поглощение в летние месяцы больше, чем в зимние, из-за повышенной влажности в летние месяцы. Однако вне этого диапазона частот поглощение радиоволн зимой оказывается более интенсивным, чем летом, из-за повышенного парциального давления кислорода.

На частотах от 6 до 45 ГГц поглощение в атмосфере на заданной частоте обусловлено, главным образом, поглощением сухим воздухом и водяным паром:

$$\gamma_\upsilon = \gamma_{сух.\upsilon}\gamma_{влажн.\upsilon}. \qquad (7.19)$$

Для разных климатических районов нужно иметь в виду, что повышенная влажность ведёт к увеличению поглощения водяным паром и увеличению рефракции. Это, в свою очередь, ведет к тому, что луч прижимается к земной поверхности, то есть проходит в более низких слоях атмосферы, что приводит к увеличению суммарного поглощения.

7-3. Ослабление и рассеяние радиоволн отдельными сферическими частицами

Пока не будем рассматривать влияние частиц пыли, снега, дыма, сажи и т.д., поскольку их диэлектрическая проницаемость много меньше диэлектрической проницаемости капель воды.

Задача о дифракции плоской электромагнитной волны на шаре была решена Ми еще в 1908 году. Действие шара в данном случае состоит в том, что часть энергии падающей волны поглощается, превращаясь в джоулево тепло, а часть рассеивается в окружающее пространство, так как шар становится вторичным излучателем. Для характеристики шара как поглотителя электромагнитной энергии и вторичного излучателя вводят в рассмотрение эффективную площадь поглощения

$$\sigma_a = \frac{P_a}{S} \qquad (7.20)$$

и эффективную площадь рассеяния

$$\sigma_s = \frac{P_s}{S}\,. \qquad (7.21)$$

В числителе этих выражений стоит соответственно поглощаемая или рассеиваемая мощность, а в знаменателе – плотность потока энергии падающей волны в месте расположения шара.

Частица может рассеивать изотропно. В этом случае графически представляющая распределение рассеянной энергии по углам индикатриса рассеяния будет иметь вид сферы. Если рассеяние имеет определённую направленность, индикатриса оказывается вытянутой в определенном направлении.

Однако фактически диаграмма переизлучения отдельной частицей неизвестна. Поэтому в качестве второго упрощающего предположения (помимо изотропности рассеяния) принимают, что капля размерами много меньше длины волны ведёт себя как диполь, на который падает плоская электромагнитная волна. В этом случае эффективный поперечник рассеяния капли определяется соотношением:

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{4\pi} B(a, \varepsilon', \lambda)\,, \qquad (7.22),$$

где $B(a, \varepsilon', \lambda)$ – сложная функция.

Ослабление радиоволн, как мы уже говорили, определяется поглощением и рассеянием. Поэтому суммарная эффективная площадь шара, определяющая ослабление, равна сумме

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_s\,. \qquad (7.23)$$

В практически важном случае, когда радиус шара a много меньше длины волны λ, точнее

$$\frac{2\pi a}{\lambda} << 1, \qquad (7.24)$$

при отсутствии поглощения (ε''=0)

$$\sigma = (2\pi)^5 \frac{4}{3} \frac{a^6}{\lambda^4} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right)^2 . \qquad (7.25)$$

Таким образом, эффективная площадь рассеяния обратно пропорциональна длине волны в четвертой степени, то есть имеет ме6сто релеевское рассеяние.

В диапазоне сантиметровых и более длинных волн неравенство (24) соблюдается для капель тумана и облаков радиусом a<0.01 см. Для капель дождя в СМ диапазоне это условие не соблюдается и расчеты проводятся по более точным формулам.

Теория позволяет рассчитать поглощение и рассеяние, а, следовательно, и ослабление радиоволн, в атмосферных образованиях – дожде, граде, снеге, тумане, облаках и так далее. Эти образования можно рассматривать как совокупность электрически не взаимодействующих частиц – гидрометеоров, то есть как совокупность частиц, поглощающих и рассеивающих волны некогерентно. Расчет ведется следующим образом.

Если в единице объема имеется N частиц, то на пути распространения dr радиоволн уменьшение плотности потока энергии волны S, обусловленное поглощением и рассеянием, будет

$$dS = dS_a + dS_s, \qquad (7.26)$$

где

$$dS_a = -N\sigma_a drS$$
$$dS_s = -N\sigma_s drS \, .$$

В условиях, когда концентрация частиц на пути распространения радиоволн r постоянна, в результате интегрирования получим:

$$\ln\frac{S_a}{S_0} = -N\sigma_a r$$
$$\ln\frac{S_s}{S_0} = -N\sigma_s r \, . \qquad (7.27)$$

Здесь S_0 – плотность потока энергии первичной волны в начале пути, S_a и S_s – плотности потоков энергии в конце пути, после того, как произошли поглощение и рассеяние. При этом предполагается, что оба эти эффекта независимы. Тогда

$$\gamma_a = 10\lg\frac{S_0}{S_a} = 4.343\ln\frac{S_0}{S_a} = 10^3 \cdot 4.343 N\sigma_a \text{дБ}/\text{км};$$

$$\gamma_s = 10^3 \cdot 4.343 N\sigma_s \text{дБ}/\text{км}; \quad , \qquad (7.28)$$

$$\gamma = \gamma_a + \gamma_s = 4.343 10^3 N\sigma \text{ дБ}/\text{км},$$

где

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_s. \qquad (7.29)$$

Для применения этих вычислений к конкретному атмосферному образованию необходимо знать распределение гидрометеоров в этом образовании по размерам. Если известно число N_i гидрометеоров, имеющих эффективное сечение σ_i для каждого i-ого сорта частиц, коэффициент ослабления рассчитывается по формуле:

$$\gamma = 4.343 \cdot 10^3 \Sigma N_i \sigma_i \text{ дБ}/\text{км}. \qquad (7.30)$$

Распределение N_i определяется экспериментальным путём для каждого вида атмосферных образований.

7- 4. Ослабление, вносимое облаками

Под капельками, образующими облака, понимают водяные или ледяные частицы радиусом меньше 0.01 см. При таких размерах частиц вносимое ими ослабление для падающего излучения с длиной волны больше 0.5 см становится не зависящим от характера распределения частиц по размерам. В обычно используемых формулах для расчета ослабления радиоволн, вносимого облаками, влажность учитывается множителем, характеризующим содержание воды в жидкой фазе (в г/м^3).

По данным наблюдений, концентрация жидкой воды в облаках обычно изменяется от 1 до 2,5 г/м^3, в кучевых перенасыщенных облаках – до 4 г/м^3. В облаках, образованных кристалликами льда, содержание воды в пересчете на жидкую фазу редко превышает 0,5 г/м^3, а зачастую меньше 0.1 г/м^3.

Ослабление, вносимое облаками, состоящими из капелек воды, можно выразить соотношением:

$$K = K_1 M, \text{ дБ/км}, \qquad (7.31)$$

где M – содержание жидкой воды в г/м^3, K_1 – коэффициент пропорциональности.

Учитывая, что

$$M = \frac{4\pi\rho}{3\Sigma r_i^3},$$

получаем:

$$K_1 = 0.4343\frac{6\pi}{\lambda}\mathrm{Im}\left(-\frac{m^2-1}{m^2+2}\right), \qquad (7.32)$$

где m^2 – мнимая часть комплексного показателя преломления.

Анализ расчетных данных показывает, что:

1. вносимое облаками ослабление уменьшается с увеличением длины волны. При изменении длины волны от 1 до 3 см ослабление, вносимое облаками, уменьшается примерно на порядок;
2. ослабление, вносимое водными облаками, возрастает при уменьшении температуры;
3. ослабление, вызываемое ледяными облаками, почти на 2 порядка меньше (примерно 0,6 и 9.10^{-3}), чем ослабление водяными облаками с таким же содержанием жидкой воды. Показатели преломления и коэффициенты поглощения для льда и воды по величине значительно отличаются друг от друга. Поэтому во всем сантиметровом диапазоне волн ослаблением, вносимым облаками, образованными кристалликами льда, можно во всех практически важных случаях пренебречь.

7-5. Ослабление, вносимое дождем

Можно показать, что поглощение и рассеяние радиоволн СМ диапазона каплями выражены тем резче, чем выше частота. То есть, чем ближе диаметр капель по величине к длине волны, тем резче проявляются эффекты поглощения и рассеяния. Поэтому в диапазоне 10 см и на более коротких волнах эти эффекты имеют существенное значение. На волнах длиннее 10 см влияние дождя резко уменьшается.

Известно также, что удельное (на единицу длины) поглощение взвешенными в воздухе каплями воды и дождя превышает суммарное удельное поглощение кислородом и водяным паром атмосферы. При вычислении ослабления доступным для измерений параметром является интенсивность дождя, равная количеству осадков в миллиметрах, выпадающему в течение часа. Интенсивность дождя не является однозначной функцией размеров капель. То есть в дожде заданной интенсивности могут одновременно присутствовать и присутствуют капли различных размеров.

В практически важных случаях ослабление радиоволн дождём удобно выражать как функцию интенсивности осадков *R*, которая зависит как от содержания в единице объема воды в жидкой фазе, так и от скорости падения капель. А скорость падения капель в свою очередь зависит от размеров капель. Лоу и Парсонс провели экспериментальное определение распределения дождевых капель по размерам в горизонтальной плоскости в дождях различной интенсивности.

Оказалось, что чем выше интенсивность дождя, тем больше средний размер капель и пределы разброса их среднего диаметра. Однако, чтобы определить действительное распределение капель по размерам при их падении

в воздухе, необходимо для каждой интенсивности дождя установить соотношение между скоростью падения капель и их диаметром.

Получено, что ослабление волн сантиметрового диапазона можно приближенно вычислять по формуле:

$$K_R = K\int_0^r [R(r)]^\alpha dr, \qquad (7.33)$$

где K_R – общее ослабление, K – некоторая функция частоты, $R(r)$ – распределение интенсивности дождя вдоль пути распространения, r – протяженность трассы в зоне дождя в км, α – некоторая функция частоты. С достаточно хорошей степенью приближения можно принять $\alpha = 1$.

Наибольшую неопределённость в расчетах ослабления волн дождем, производимых по теоретически полученным формулам, вносит крайняя ограниченность имеющихся данных о распределении размеров водяных капель в дождях различной интенсивности при различной погоде и в разных климатических районах.

Совершенно не очевидно, что в дождях различной интенсивности должно быть и одинаковое распределение водяных капель по размеру. Однако изучение этого вопроса показывает, что каждой данной интенсивности дождя соответствует некоторое наиболее вероятное распределение водяных капель по размерам. На основе этих данных рассчитаны поперечные сечения поглощения водяными каплями различного диаметра. Эти результаты могут использоваться и используются для расчета ослабления, вносимого дождем.

7- 6. Ослабление в тумане

Ослабление в тумане прямо пропорционально концентрации воды в тумане. Обычно интенсивность тумана определяют дальностью оптической видимости D (м) и концентрацией M воды (г/м^3). Связь этих величин выражается формулой:

$$M = 928D^{-1.43}. \qquad (7.34)$$

Это позволяет определить максимальную дальность действия радиолинии.

Плотность потока энергии S на некотором расстоянии r от излучателя связана с плотностью потока энергии S_0 на том же расстоянии в отсутствие ослабления соотношением:

$$S = S_0 \cdot 10^{-\frac{\gamma r}{10}}. \qquad (7.35)$$

Аналогичная зависимость существует для напряженности поля:

$$E = E_0 \cdot 10^{-\frac{\gamma r}{10}}. \qquad (7.36)$$

Отсюда следует, что формулы дальности должны при наличии ослабления содержать этот же экспоненциально убывающий множитель:

$$r_{\max} = r_{своб.пр-ва} \cdot 10^{-\frac{\gamma r}{20}}. \qquad (7.37)$$

7-7. Влияние запыленности

До сих пор мы не учитывали влияние запыленности на ослабление радиоволн. Однако в современных радиофизических исследованиях влияние сильной запыленности является одной из актуальных проблем не только в связи с возрастающим использованием трасс в районах пылевых и песчаных бурь, но и вследствие возрастания регионального и локального воздействия индустриально-экологических факторов на атмосферу.

В зависимости от климатических характеристик района и его географического положения пылевые образования отличаются не только пространственной протяженностью (до 500 км), но и химическим составом, геометрическими параметрами, содержанием влажности в частицах аэрозоля. Использование теоретических соотношений для расчета требует знания геометрической формы и размеров частиц, их распределения по размерам, диэлектрических проницаемостей. Невозможность строгого учета формы частиц требует неизбежной идеализации.

Критерием применимости приближения Релея следует считать равенство $a \approx 0{,}1\lambda$. Отсюда следует, что частицы, размеры которых достигают даже 0,2 мм, не служат препятствием для расчетов в релеевском приближении затухания волн Q - диапазона и тем более для более низких частот. Оценки показывают, что приближение Релея применимо для частот до 100 ГГц.

Пылевые образования, сопровождающие песчаные бури или возникающие в степных районах, а также наполняющие атмосферу как результат промышленной деятельности, характеризуются значительно меньшими размерами: крупная фракция состоит из частиц диаметром порядка 0,01 мм, а мелкая – 0,001 мм и меньше. Однако массы этого аэрозоля, производимые современными промышленными предприятиями, оказываются весьма велики. Если в воздухе атмосферы, относимом к чистому состоянию, присутствует около 10 мкг/м^3, то в средне-запыленном воздухе – 120 мкг/м^3, а в песчаных бурях запылённость достигает 200 г/м^3, то есть в 107 раз превышает запыленность «чистого» воздуха.

В африканских и ближневосточных районах при концентрации частиц 10^8 1/м^3, плотности 2,5 г/см^3, и среднем диаметре 1 мм запыленность атмосферы достигает 125 г/м^3.

Возникновение экстремальных ситуаций (извержения вулканов, взрывные процессы) сопровождается значительным увеличением аэрозолесодержания атмосферы, и это повышает актуальность расчетов характеристик распространения волн СВЧ в средах, содержащих частицы с концентрацией, превышающей максимальную для песчано-пылевых бурь, возникающих в природе.

Однако достаточно широких и точных сведений о свойствах аэрозоля, особенно антропогенного происхождения, даже для ИК и оптического диапазонов, которые привлекли внимание исследователей этих явлений раньше, чем радиодиапазон, пока нет. При этом следует еще учесть, что, если частицы не обладают сферической симметрией, система таких частиц будет оказывать влияние и на поляризацию распространяющейся в ней волны.

8. МИКРОСТРУКТУРА ТРОПОСФЕРЫ

С самого начала практического использования радиоволны (это были ДВ) стало ясно, что интенсивность принимаемой волны имеет сезонный и суточный ход. Однако там речь не шла о флуктуациях. С флуктуациями впервые столкнулись, когда начали применять короткие волны. Обнаружились беспорядочные, случайного характера изменения уровня и фазы принимаемого сигнала. На фоне свойственных диапазону длинных волн сигналов постоянного уровня замирания представлялись неприятной особенностью коротких волн, которая в какой-то степени умаляла их достоинства – малое поглощение в процессе распространения. Были разработаны схемы приёмных устройств, позволявшие автоматически поддерживать фиксированный уровень выходного сигнала (АРУ) и др. И только в пятидесятые годы было установлено, что влияние флуктуаций значительно глубже и в конечном счёте оно проявляется в снижении пропускной способности канала.

8-1. Общие соображения о возникновении флуктуаций электромагнитных волн в тропосфере

Флуктуации поля в пункте приема могут возникнуть только в случае, если под действием каких-то причин изменяются во времени и пространстве свойства среды распространения.

Естественно предположить, что под влиянием этих причин изменяется поглощение радиоволн, а следовательно, и напряженность поля в точке приема. Несомненно, такие причины имеют место. Представим, что пошёл дождь. Радиоволны короче 5 см испытывают в дожде сильное поглощение. Поле в месте приема под влиянием дождя сильно уменьшается. Однако такие метеорологические процессы как дождь обладают большой инерционностью и вызывать быстрые флуктуации не могут.

Однако при всех условиях флуктуации вызываются какими-то изменениями во времени свойств среды. Это – одно из условий возникновения флуктуаций. Другим условием возникновения флуктуаций является многолучевость в процессе распространения.

Под многолучевостью понимают следующее. Во многих случаях поле в точке приема создается в результате взаимодействия нескольких лучей. Мы уже рассматривали двухлучевую модель распространения. Когда поле в точке приема создается в результате интерференции прямого и отраженного лучей. Эту схему можно представить несколько иначе (рис.19). Пусть *A* – передатчик, *B* – пункт приема. Поле в точке *B* создается в результате интерференции прямого *AB* и отраженного от некоторого воображаемого зеркала *M* луча *AMB*. Если бы зеркало оставалось неподвижным, в зависимость от разности хода прямого и отраженного лучей $\Delta r = AMB - AB$ результирующая амплитуда приобретала бы фиксированное, во всяком случае не меняющееся во времени значение. Она могла бы оказаться близкой к нулю, если бы поля лучей 1 и 2 были бы одинаковы по амплитуде и отличались по фазе на 180º, или могла бы

удвоиться, в случае совпадения фаз лучей. Потому что, если луч 1 создает в точке *B* поле

$$E_1 = \exp(i\omega t), \qquad (8.1)$$

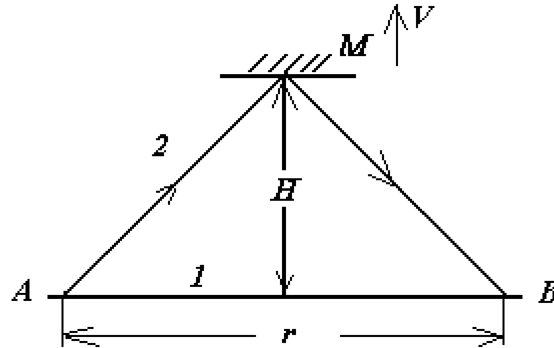


Рис. 19. Возникновение флуктуаций на примере двухлучевой линии связи.

а луч 2 – поле

$$E_1 = \exp[i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r), \qquad (8.2)$$

то результирующее поле выражается формулой

$$E_m = \sqrt{E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2}\cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r}\,. \qquad (8.3)$$

Если разность хода лучей такова, что $\cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r \to -1$, амплитуда результирующего поля стремится к $E_m \to E_{m1} - E_{m2}$, то есть близка к нулю. При $\cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r \to +1$ результирующее поле $E_m \to E_{m1} + E_{m2}$.

Представим теперь, что зеркало *M* не неподвижно, а совершает некоторые беспорядочные колебания со скоростью V, направленной по вертикали. Причиной таких движений могут быть, например, восходящие и нисходящие потоки воздуха. Наше воображаемое зеркало как бы увлекается этими потоками, то есть некоторое время поднимается, потом опускается, потом опять поднимается и так далее. Нетрудно посчитать, какой путь должно пройти зеркало *M* по вертикали, чтобы результирующее поле прошло весь цикл изменений от максимума через минимум и снова до максимума. Из рис. 19 имеем:

$$\Delta r = 2\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 + H^2} - r\,. \qquad (8.4)$$

В реальных условиях r представляет длину трассы, а H – высоту отражающей области в атмосфере. Во многих случаях $r>>H$, что позволяет получить приближенное выражение для разности хода лучей:

$$\Delta r \approx \frac{2H^2}{r}. \qquad (8.5)$$

Допустим, что в течение сравнительно короткого промежутка времени скорость передвижения зеркала M постоянна и равна V. Следовательно, за время Δt разность хода лучей изменяется на величину

$$\delta(\Delta r) = \frac{2(H + \mathrm{V}\Delta t)^2}{r} - \frac{2H^2}{r} \approx \frac{4H\mathrm{V}\Delta t}{r}. \qquad (8.6)$$

С другой стороны, для того, чтобы произошел полный цикл изменения результирующего поля, необходимо, чтобы $\delta(\Delta r) = \lambda$. Тогда из последней формулы определяем

$$\mathrm{V} = \frac{r\lambda}{4H\Delta t}. \qquad (8.7)$$

С такой скоростью должен передвигаться вверх и вниз отражающий слой (наше «воображаемое» зеркало), чтобы за промежуток времени Δt произошел один цикл изменения результирующего поля.

При тропосферном распространении типичными являются цифры r =300 км, H = 5 км, λ = 4 см. Если положить Δt =1 с, получим V = 0.6 м/с. Если, к примеру, скорость вертикального перемещения воздушных масс будет составлять 30 м/с, то в одну секунду произойдет 50 полных циклов изменения амплитуды результирующего поля. Иными словами, средняя частота замираний составит 50 Гц.

Такова чрезвычайно упрощенная схема возникновения многолучевости. В реальных условиях в пункт приема приходит не два, а несколько лучей (рис. 20), при этом разности хода непрерывно меняются, создавая более сложные хаотические вариации результирующего поля.

Поле в точке приема может создаваться и непрерывным множеством лучей, поле каждого из которых бесконечно мало, а фазы непрерывно и беспорядочно меняются. Это также приводит к флуктуациям амплитуды и фазы результирующего поля.

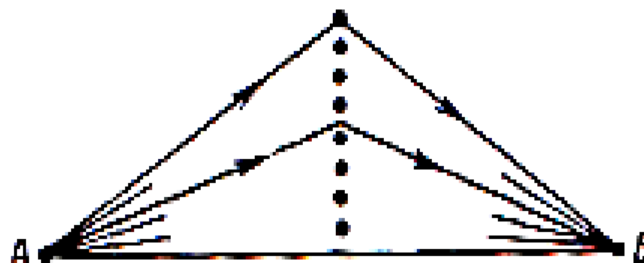


Рис. 20. Схема диффузной многолучевости.

Для возникновения быстрых флуктуаций результирующего поля необходимо одновременное соблюдение двух условий: наличия многолучевости и изменение свойств среды, в которой происходит распространение радиоволн. Такими изменениями могут быть подъем или опускание воздушных масс, приводящие к изменению положения отражающих волны областей атмосферы (дискретная многолучевость) или турбулентные процессы в атмосфере, приводящие к изменению местоположения очагов рассеяния и интенсивности рассеянного излучения (непрерывная многолучевость).

При распространении радиоволн в тропосфере флуктуации могут возникнуть только под ее влиянием. Вследствие большой массы земной коры ее электрические параметры даже при больших перепадах температуры не могут меняться быстро. Поэтому, если бы нижние слои атмосферы представляли неизменное во времени образование, распространение волн не сопровождалось бы флуктуациями. В действительности это не так. В тропосфере имеют место течения воздушных масс (ветры, вертикальные потоки, завихрения), что делает тропосферу неоднородной в смысле ее диэлектрической проницаемости. Очень часто в тропосфере формируются так называемые инверсионные слои, области резкого перепада диэлектрической проницаемости, от которых могут отражаться радиоволны.

На рис. 21 представлена типичная схема возникновения флуктуаций при тропосферном распространении. Поскольку область инверсии непрерывно меняет конфигурацию, это ведет к возникновению флуктуаций. С другой стороны, поскольку от этой области отражается лишь небольшая доля энергии, вызываемые флуктуации будут незначительными.

Другой случай распространения – когда инверсионные слои отсутствуют, а энергия волны распространяется по прямому пути (рис.22). Отдельные неоднородности (они заштрихованы) перемещаются под действием ветра в поперечном к трассе направлении. Поэтому на пути волны постоянно оказываются всё новые и новые неоднородности, причем разных форм. В таких неоднородностях показатель преломления отличается от показателя преломления для окружающей среды на миллионные доли единицы, то есть очень незначительно. Поэтому амплитуда сигнала сколько-нибудь заметно измениться не может. Измениться может только фаза. Набег фазы на трассе определится выражением:

$$\varphi_B = \frac{\omega}{c}\int_0^r n(x)dx \,. \qquad (8.8)$$

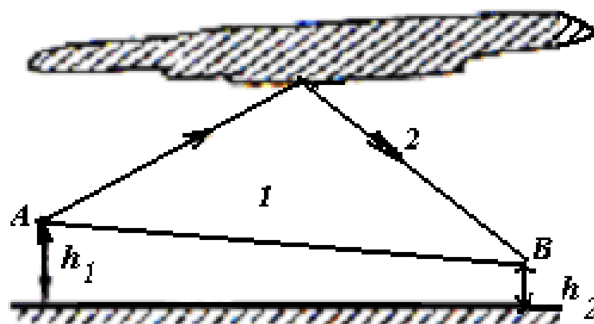


Рис. 21. Возникновение флуктуаций при отражении от слоистых неоднородностей или инверсионного слоя.

Таким образом, под действием поперечного ветра при изменяющемся во времени распределении показателя преломления вдоль трассы возникают флуктуации фазы волны.

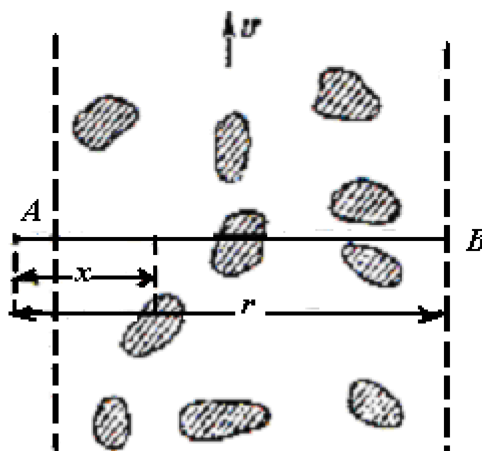


Рис. 22. Возникновение флуктуаций при рассеянии на множественных неоднородностях.

Известно, что энергия волны распространяется не по лучу, а в пределах конечного объема эллипсоидальной формы, ограниченного в поперечном сечении первой зоной Френеля (разделы 5-3 и 5-4). Согласно принципу Гюйгенса, поле в точке приема формируется в результате интерференции множества лучей, создаваемых элементарными площадками (вторичными источниками Гюйгенса) на поверхности фронта волны, в пределах области, существенно участвующей в процессе распространения.

На рис. 23 это поверхность *MN*, расположенная где-то в середине трассы и ограниченная поверхностями существенного для распространения эллипсоида. Путь распространения волн от этих источников пересекает движущийся в поперечном направлении поток воздуха с «вмороженными» в него неоднородностями показателя преломления. Под действием этих неоднородностей фазы интерферирующих лучей непрерывно и беспорядочно

флуктуируют, что приводит к флуктуациям амплитуды результирующего поля в точке B.

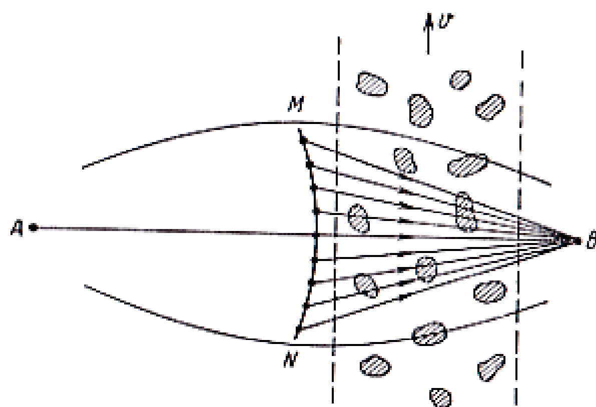


Рис. 23. Фронт волны с многочисленными «вмороженными» неоднородностями.

На практике возможен случай, изображенный на рис. 24.

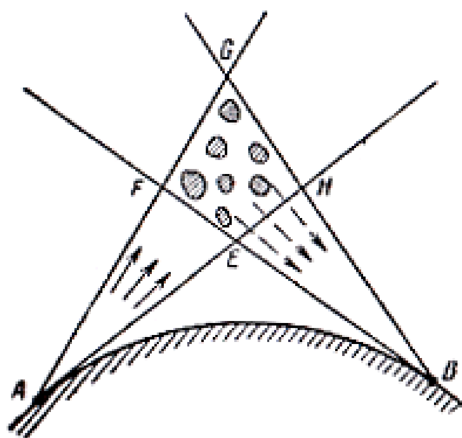


Рис. 24. Объем рассеяния для случая направленных антенн, когда длина трассы превышает дальность прямой видимости.

При этом непрерывно перемещающиеся источники рассеяния в виде тропосферных неоднородностей, находящихся в объеме рассеяния, создают в пункте приема поля с непрерывно изменяющимися амплитудами и фазами. Результат интерференции этих элементарных лучей будет представлять собой флуктуирующий сигнал.

По современным представлениям флуктуационные процессы в тропосфере обусловлены тем, что под действием метеорологических воздействий, с одной стороны, и вихревых движений воздушных масс, с другой, в тропосфере возникают локальные неоднородности в распределении температуры и влажности, естественно приводящие к локальным изменениям показателя преломления. Слоистые неоднородности могут представлять собой границы раздела тёплого или холодного воздуха, границу облака, где индекс

преломления претерпевает скачок. Это сферические или эллипсоидальные неоднородности, в пределах которых по тем или иным причинам индекс преломления отличается от значения в окружающей среде. Под действием ветра и восходящих и нисходящих потоков неоднородности непрерывно перемещаются, изменяя форму, исчезая и вновь появляясь.

8-2. Турбулентные процессы в тропосфере

Именно микроструктура тропосферы определяет пространственные и временные флуктуации показателя преломления. Они накладываются на основной ход его высотной зависимости (или вертикальный профиль индекса рефракции) придавая ему характер кривой, изрезанной мелкими, непрерывно меняющимися во времени зубцами. Пример такого профиля показан на рис. 25. На основной, усреднённый ход зависимости $N(h)$ накладываются возмущения, которые непрерывно меняются во времени.

При сравнительно медленной скорости движения воздушного потока оно носит упорядоченный характер. В каждой точке пространства скорость является однозначной функцией координат и времени. Если же скорость движения газа или жидкости такова, что число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{v\ell}{\upsilon} \qquad (8.9)$$

превосходит некоторое критическое значение, движение теряет устойчивость и приобретает беспорядочный вихревой характер. При этом скорость в данной точке пространства из детерминированной превращается в случайную. Здесь в знаменателе стоит динамическая вязкость потока. Она связана с кинематической вязкостью соотношением

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v\ell}{\eta}. \qquad (8.10)$$

Здесь v – характерная скорость движения в м/с; η – кинематическая вязкость, кг/м.сек; ρ – плотность, кг/м^3; ℓ – характерный масштаб потока.

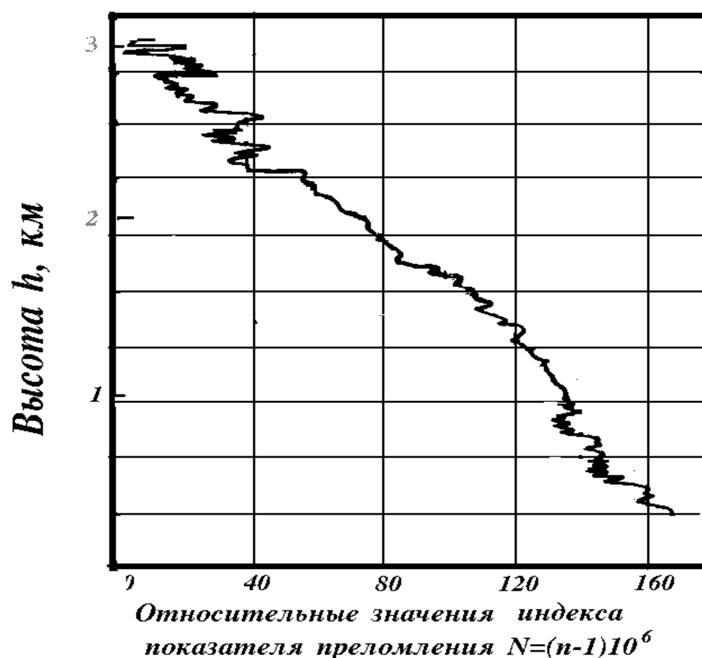


Рис. 25. Высотный профиль показателя преломления.

По физическому смыслу число Рейнольдса представляет отношение сил инерции единицы объема к силам вязкости, приложенным к границе этого объема.

8-3. Закон Колмогорова-Обухова для флуктуаций поля скоростей

Для анализа явления распространения радиоволн на большие расстояния с такой напряженностью поля, которая значительно превышает величину, предсказываемую теорией дифракции, когда условия волноводного распространения отсутствуют, нужно воспользоваться основными закономерностями динамики среды, в которой возникает турбулентное движение, и связать характер изменений параметров среды с локальным поведением показателя преломления.

Основой теоретических построений в этой области служат фундаментальные исследования А.Н.Колмогорова, создавшего теорию локально-изотропной турбулентности, отражающую основные закономерности реальных движений воздушных масс в тропосфере.

Границы применимости теории определяются предположениями о локальной однородности поля скоростей, представленного случайными компонентами, и его изотропности. Локальная однородность означает, что закон распределения случайных величин в рассматриваемой локализованной области не зависит от координат, времени и разности случайных величин (скоростей), измеренной в двух точках пространства. Условие изотропности требует дополнительного предположения об инвариантности законов распределения по отношению к вращению и зеркальным отображениям исходной системы координатных осей.

Рассмотрим вывод в упрощенной трактовке. Она не отличается достаточной строгостью, но приводит к результатам, вытекающим из строгой теории. Согласно этим результатам, в приближении локально-изотропной турбулентности вторые моменты случайных величин (скоростей движения элементов среды) однозначно выражаются через элементы вязкости среды, средней рассеиваемой энергии и некоторую универсальную функцию, которая в случае больших расстояний (по сравнению с масштабом наиболее мелких пульсаций) пропорциональна расстоянию в степени две трети.

Строго эта задача решается на основе уравнения Навье-Стокса:

$$\rho_m \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V} \operatorname{grad} \right) \right] \vec{V} - \mu \nabla^2 \vec{V} + \operatorname{grad} p = 0, \qquad (8.11)$$

где ρ_m – плотность среды, $\vec{V}$ – скорость движения элемента среды, μ – коэффициент вязкости, p – давление в среде.

Решения уравнения Навье-Стокса приведены в целом ряде учебных руководств и монографий. После некоторых преобразований его можно преобразовать к виду:

$$\frac{\partial \varpi}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathrm{V} \varpi) = -\mu (\operatorname{rot} \mathrm{V})^2 - (\mathrm{V} \operatorname{grad} p) + \mu \operatorname{div}[\mathrm{V} \operatorname{rot} \mathrm{V}]. \qquad (8.12)$$

Через ϖ здесь обозначена плотность кинетической энергии, то есть энергия в единице объема

$$\varpi = \frac{1}{2} \rho \mathrm{V}^2. \qquad (8.13)$$

Уравнение характеризует баланс энергии при турбулентном движении. Левая его часть представляет величину изменения энергии единицы объема, а правая характеризует те физические процессы, которые вызывают эти изменения. Первый член правой части определяет потери энергии внутри объема $d\tau$, вызываемые вязкостью среды, второй характеризует работу, совершаемую градиентом давления, третий выражает энергию, сообщаемую силами сдвига на поверхности элемента объема среды, обладающей вязкостью.

Этот баланс дает возможность оценить порядок величин различных компонент энергии, характеризующих движение тропосферного воздуха. Пусть L – размер турбулентной неоднородности (вихря). Сопоставим с ней изменение скорости $\Delta \mathrm{V}$ как флуктуирующую величину внутри объема L^3. Если $\overline{\mathrm{V}}_L$ – усредненное по объему L^3 значение скорости, то дисперсия случайной скорости в изотропной среде

$$\left\langle (\Delta \mathrm{V}_L)^2 \right\rangle = \left\langle (\mathrm{V}_L - \overline{\mathrm{V}}_L)^2 \right\rangle. \qquad (8.14)$$

Динамика неоднородностей представляет картину передачи энергии от возникших в условиях турбулентного движения вихрей наибольшего размера L_0, получивших энергию, определяемую силами давления $(\mathrm{V}\,\mathrm{grad}\,p)$, вихрям меньших размеров вплоть до наименьшей величины ℓ_0, после чего энергия движения переходит в тепловую.

Будем считать, что этот процесс стационарен, то есть ни в каком из участков величины L, характеризующих размеры вихрей $L_0>L>\ell_0$, не происходит накапливания энергии, получаемой от вихрей больших размеров. При этих условиях мощность, подводимая к вихрю размера L, должна определяться величиной $\mathrm{div}(\varpi_L \mathrm{V}_L) = S_L$. Эту величину можно оценить, введя понятие о “времени жизни” вихря размера L:

$$t_L \approx \frac{1}{2}\frac{L}{\Delta \mathrm{V}_L}, \tag{8.15}$$

то есть среднее время, за которое частицы со скоростью $\Delta \mathrm{V}_L$ выйдут за пределы области L. Через время τ_L вихрь размера L распадется на более мелкие вихри. Это позволяет определить величину S_L как отношение кинетической энергии вихря ко времени t_L:

$$S_L \approx \frac{\mathrm{V}_L}{t_L} = \frac{2\varpi_L \Delta \mathrm{V}_L}{L}. \tag{8.16}$$

Подставляя выражение для кинетической энергии $\varpi = \frac{1}{2}\rho(\Delta \mathrm{V}_L)^2$, найдем

$$S_L = \frac{\rho(\Delta \mathrm{V}_L)^3}{L}. \tag{8.17}$$

В условиях стационарности эта величина будет постоянна внутри всего интервала, от наиболее крупных до наиболее мелких вихрей:

$$\frac{\rho(\Delta \mathrm{V}_L)^3}{L} = const. \tag{8.18}$$

Значит, накопления энергии в неоднородностях одного размера не происходит. В противном случае энергия накапливалась бы в некоторых неоднородностях, что привело бы к нарастанию их удельного содержания в атмосфере, что противоречит принятому предположению о структурной стационарности.

Отсюда следует фундаментальное соотношение, связывающее скорость хаотического движения с пространственными размерами:

$$(\Delta \mathrm{V}_L)^2 \sim L^{2/3}. \tag{8.19}$$

Помимо этого вывода, уравнение (12) позволяет получить условие возникновения турбулентных движений и существования принятой картины

передачи энергии от вихрей большего размера к вихрям меньших масштабов. Первый член правой части этого уравнения характеризует потери мощности, вызываемые вязкостью среды:

$$\mu(rot\,\mathrm{V})^2 \approx \mu\left(\frac{\Delta \mathrm{V}_L}{L}\right)^2 = D_L\,. \qquad (8.20)$$

Чтобы оценить, во сколько раз мощность, передаваемая вихрем размера L меньшим вихрям, больше мощности, теряемой на затухание вследствие вязкости, то нам следует найти отношение S_L к D_L

$$\frac{S_L}{D_L} = \frac{\rho(\Delta \mathrm{V}_L)^3 L^2}{L\mu(\Delta \mathrm{V}_L)^2} = \frac{\rho L \Delta \mathrm{V}_L}{\mu}\,. \qquad (8.21)$$

Полученное выражение есть не что иное, как число Рейнольдса Re. В условиях стационарной передачи мощности от вихрей большего размера к меньшим, число Рейнольдса должно быть большим, так как

$$S_L >> D_L\,,$$

то есть

$$1 << Re = \frac{\rho L \Delta \mathrm{V}_L}{\mu} \sim L^{4/3}\,. \qquad (8.22)$$

Таким образом, число Рейнольдса уменьшается с уменьшением L и становится близким к единице при $L \to L_0$. Иначе говоря, если число Рейнольдса велико, существует развитая турбулентность. При малых числах Рейнольдса вязкость поглощает энергию движений и вихревое движение не развивается.

На основе предположения о стационарном процессе передачи энергии от больших вихрей к меньшим в формулу (19) можно ввести коэффициент пропорциональности.

Первоначальный запас мощности, очевидно, сообщен внешними силами вихрям наибольшего размера L_0. Согласно (17), он определится выражением

$$S_0 = \rho \frac{\mathrm{V}_0^3}{L_0}\,. \qquad (8.23)$$

Основываясь на предположении о стационарности, заключаем, что эта величина равна энергии, передаваемой за единицу времени вихрям меньшего размера вплоть до размеров ℓ_0, после чего происходит диссипация энергии вследствие действия сил вязкости. Тогда

$$\frac{\mathrm{V}_0^3}{L_0} = \frac{\Delta \mathrm{V}_L^3}{L} = const = \frac{S_0}{\rho}$$

или

$$\Delta V_L = (S_0 L/\rho)^{1/3}. \qquad (8.24)$$

Эти результаты можно связать с оценкой величины флуктуаций показателя преломления в турбулентной воздушной среде.

Поскольку показатель преломления *n,* согласно (6.1), определяется плотностью воздуха, абсолютной температурой и влажностью, для характеристики его флуктуаций нужно оценить флуктуации этих параметров.

Механизм возникновения флуктуаций давления иллюстрируются уравнением Бернулли для несжимаемой жидкости:

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = const; \qquad (8.25)$$

следовательно,

$$|\Delta p_L| \approx \rho(\Delta V_L)^2. \qquad (8.26)$$

Из уравнения состояния для адиабатического процесса

$$\rho = Cp^{\gamma}, \qquad (8.27)$$

где γ = 1,4 для воздуха, находим

$$\ln\rho = \gamma \ln p + const. \qquad (8.28)$$

Дифференцирование дает

$$\frac{d\rho}{\rho} = \gamma\frac{dp}{p},$$

или

$$\Delta\rho_L = \gamma\frac{\rho}{p}\Delta p_L. \qquad (8.29)$$

Введем, согласно газовым законам, массу молекулы m_M и среднеквадратичную скорость V_M^2. Тогда

$$\frac{p}{\rho} = \frac{kT}{m_M} = \frac{1}{3}V_M^2. \qquad (8.30)$$

Из (26), (29) и (30) следует:

$$(\Delta\rho_L)^2 \approx \rho^2(\frac{\Delta V_L}{V_M})^4. \qquad (8.31)$$

Взяв $(\Delta V_L)^2$ из (24), получаем:

$$(\Delta\rho_L)^2 \approx \rho^2(S_0/\rho)^{4/3} L^{4/3}/V_M^4. \qquad (8.32)$$

Чтобы оценить флуктуации температуры в турбулентной среде, удовлетворяющей условиям однородности и изотропности, А.М. Обухов использовал основное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathrm{V}\, grad\, T = \chi \nabla^2 T\,, \qquad (8.33)$$

где V – скорость, χ – коэффициент теплопроводности; а температура рассматривается как пассивный параметр при турбулентном движении, архимедовыми силами пренебрегают и предполагают несжимаемость воздуха.

В этих условиях структурная функция температурных пульсаций в среде так же подчиняется “закону 2/3”:

$$\left\langle (T_1 - T_2)^2 \right\rangle = B_r L^{2/3}\,, \qquad (8.34)$$

где L – расстояние между точками 1 и 2, в которых берутся температуры T_1 и T_2.

Аналогично уравнению (33) записывается уравнение диффузии:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathrm{V}\, grad\, C = D \nabla^2 C\,, \qquad (8.35)$$

где C – концентрация, D – коэффициент диффузии, что позволяет сделать такой же вывод и для абсолютной влажности e:

$$\left\langle (e_1 - e_2)^2 \right\rangle = B_e L^{2/3}. \qquad (8.36)$$

Эти рассуждения приводят к заключению о возможности рассмотрения флуктуаций диэлектрической проницаемости тропосферы как подчиняющихся (в условиях довольно идеализированного рассмотрения) “закону 2/3”.

Пусть существует некоторое течение воздушных масс. При трении о неоднородности рельефа создаются вихревые движения, для которых энергия отнимается у потока. Постепенно они разбиваются на более мелкие.

Минимальный размер неоднородностей в тропосфере не превышает 1мм. При дальнейшем измельчении происходит диссипация энергии вихрей в тепло. Таким образом, в атмосфере мы имеем набор неоднородностей размерами $L_0 > \ell > \ell_0$. L_0 носит название внешнего масштаба, ℓ_0 – внутреннего масштаба. Интервал размеров, в котором поток энергии постоянен, называется инерциальным интервалом (рис. 26).

Итак, для локально-изотропной турбулентности структурная функция зависит от расстояния между точками, в которых измеряются скорости, по закону «двух третей». А.М. Обухов позднее доказал справедливость закона «двух третей» для температуры и влажности. Таким образом, закон «двух третей» удалось распространить на показатель преломления атмосферного воздуха:

$$D_n(\ell) = C_n^2 \ell^{2/3}. \qquad (8.37)$$

Это выражение носит название закона «двух третей» Колмогорова. Коэффициент C_n^2 носит название структурной характеристики флуктуаций показателя преломления. В тропосфере он меняется от величины порядка 10^{-22} до примерно 10^{-10} см$^{-2/3}$. Эта величина определяет интенсивность флуктуаций показателя преломления атмосферы и в сильной степени зависит от метеорологического состояния трассы и рельефа местности.



Рис. 26. Энергетический спектр тропосферных неоднородностей.

На рис. 27 представлен вид структурной функции флуктуаций показателя преломления в зависимости от базы разнесения точек измерения.

Слабой турбулизованности среды соответствует величина C_n^2 порядка 10^{-22} – 10^{-17}. Величины порядка 10^{-16} – 10^{-14} соответствуют умеренной возмущенности. В случае C_n^2 порядка 10^{-13} – 10^{-10} в атмосфере развивается так называемая сильная турбулентность, приводящая к кардинальным изменениям структуры волнового фронта и возникновению на нем так называемых дислокаций.

Отыскание коэффициента C_n^2 представляет задачу эксперимента.

8-4. Энергетические спектры неоднородностей. "Замороженная" турбулентность

Одновременно в атмосфере присутствуют неоднородности самых различных размеров. Существует несколько аналитических выражений для описания энергетического спектра неоднородностей.

Закону "двух третей" соответствует трехмерный пространственный спектр неоднородностей показателя преломления вида

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3}, \qquad (8.38)$$

где $\kappa_0 << \kappa << \kappa_m$, $\kappa = 2\pi/\ell$ – пространственное волновое число неоднородностей, ℓ – размер неоднородностей, $\kappa_m = 5.92/\ell_0$, $\kappa_0 = 1/L_0$. Такой спектр получил название колмогоровского.

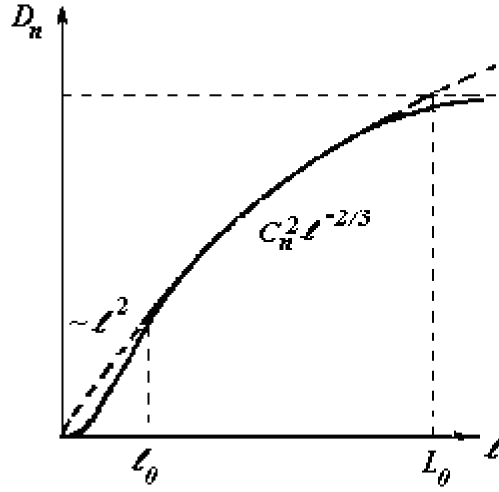


Рис. 27. Структурная функция флуктуаций показателя преломления в зависимости от базы разнесения.

Достаточно хорошее согласие с экспериментальными данными дает использование модели спектра вида:

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \exp(-\kappa/\kappa_m). \qquad (8.39)$$

Часто применяют гауссову модель

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \exp\left(-\kappa^2/\kappa_m^2\right). \qquad (8.40)$$

Она более удобна для вычислений.

Для аппроксимации энергетического спектра неоднородностей в энергетическом интервале часто используют модель Кармана:

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \left(\kappa^2 + \kappa_0^2\right)^{-11/6} \qquad (8.41)$$

или более удобную для вычислений модель:

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \left[1 - \exp\left(-\kappa^2/\kappa_0^2\right)\right]. \qquad (8.42)$$

Анизотропный характер тропосферных неоднородностей учитывается, если использовать соотношение вида:

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 (\kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{-11/6} \left[1 - \exp(-\frac{\kappa_x^2}{\kappa_{0x}^2} - \frac{\kappa_y^2}{\kappa_{0y}^2})\right], \qquad (8.43)$$

где κ_x и κ_y – волновые числа, соответствующие размерам неоднородностей в горизонтальной и вертикальной плоскостях, $\kappa_{0x} = 2\pi/L_{0x}$ и $\kappa_{0y} = 2\pi/L_{0y}$ – волновые числа, соответствующие внешним масштабам неоднородностей в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

При переходе от пространственных характеристик излучения к временным в расчетах обычно используется гипотеза "замороженной" турбулентности. Основные ее положения состоят в следующем.

Скорость движения любого достаточно малого элемента среды можно представить в виде суммы:

$$|V_1/V_0| << 1, \qquad (8.44)$$

где V_0 – усредненная скорость потока, V_1 – турбулентная скорость или скорость хаотического движения.

Если при этом соблюдается условие

$$|V_1/V_0| << 1, \qquad (8.45)$$

можно считать, что за время

$$\tau = \rho/V_\perp, \qquad (8.46)$$

необходимое для перемещения среды между приемными элементами, разнесенными на расстояние ρ ($V_\perp$ – скорость переноса неоднородностей в направлении, перпендикулярном направлению распространения), пространственное распределение параметров среды в системе координат, движущейся со скоростью V_0, не претерпевает существенных изменений. Иными словами, предполагается, что на временных интервалах

$$\tau \le \rho/V_\perp \qquad (8.47)$$

турбулентными движениями в среде можно пренебречь.

Если предположить, что продольная компонента скорости ветра оказывает пренебрежимо малое влияние на спектр временных флуктуаций поля, то для статистически однородных сред между временным и пространственным коэффициентами корреляциями флуктуаций поля существует весьма простая зависимость:

$$b(\tau) = b(\rho), \qquad (8.48)$$

где τ и ρ связаны соотношением (47).

Допущение о малости декорреляции за счет влияния продольной компоненты скорости переноса возможно при условии выполнения неравенства

$$V_\parallel/V_\perp << \sqrt{L/\lambda}, \qquad (8.49)$$

где L – длина трассы., λ – длина волны, $V_\parallel$ – продольная составляющая скорости переноса неоднородностей.

Использование гипотезы замороженности при анализе экспериментальных данных позволяет оценить роль чистого дрейфа и внутренних движений в самих неоднородностях и открывает путь к решению вопросов, связанных с определением времени жизни тропосферных неоднородностей.

8-5. Особенности турбулентности приземного слоя

Приведенный в предыдущих разделах анализ осуществлен в предположении, что статистические свойства воздушной массы в пределах радио- или оптической трассы с достаточной точностью можно считать однородными и изотропными. Это, однако, выполняется далеко не всегда. Характеристики турбулентности воздушной среды могут заметным образом изменяться во времени и пространстве. Поэтому входящие в теоретические соотношения параметры следует рассматривать как усредненные. Практический выбор величины интервала и способов усреднения представляет сложную задачу. Некорректное усреднение может существенным образом исказить информацию как о свойствах электромагнитных волн, так и о многих важных процессах, протекающих в атмосфере.

Количественная оценка характера движений воздушных масс осуществляется путем введения понятия адиабатического градиента температуры γ_a как скорости перемещения по вертикали элемента объема холодного или теплого воздуха. Если действительный градиент температуры dT/dh меньше адиабатического, воздух будет динамически нестабильным, так как более плотные (холодные) элементы поднимаются в своем движении выше теплых.

При стабильном состоянии, когда $(dT/dh) > \gamma_a$, движения отдельных участков, характеризуемые значением действуют в направлении разрушения стабильности, поэтому в качестве критерия стабильности можно ввести величину, пропорциональную разности

$$\frac{dT}{dh} - \gamma_a . \qquad (8.50)$$

Таким критерием является число Ричардсона

$$Ri = \frac{g}{T}\frac{(dT/dh) - \gamma_a}{(dV_г/dh)^2}, (dT/dh) > \gamma_a . \qquad (8.51)$$

Здесь g – ускорение силы тяжести, $V_г$ – горизонтальная скорость ветра.

Это выражение показывает, что турбулентность имеется только при $Ri \le 1$, так как неравенство (37) справедливо при $(dT/dh) \le \gamma_a$ или при больших значениях градиента скорости ветра, приводящих к турбулентному движению.

Адиабатический градиент температуры равен $\gamma_a = 0.98.\ 10^{-2}\ K$/м.

Число Ричардсона характеризует температурную стратификацию атмосферы.

Специальные исследования показали, что значение числа Ричардсона определяет величину структурной характеристики флуктуаций показателя преломления C_n^2 :

$$C_T^2 = C^2 a(Ri)(\kappa_K z)^{4/3}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2. \qquad (8.52)$$

Проведенная на основе независимых измерений оценка входящих в это выражение параметров дала значение C^2=2.8 и позволила построить график универсальной функции $a(Ri)$. Структурная функция флуктуаций показателя преломления в её более общем виде зависит от частоты (а именно эту зависимость следует учитывать в расчётах распространения миллиметровых и оптических волн). В этом случае она связана со структурной функцией флуктуаций температуры соотношением

$$C_n^2 = \frac{10^{-6}}{T}\left(\frac{77.6p}{T} + \frac{0.584p}{T\lambda^2}\right)C_T^2, \qquad (8.53)$$

Отсюда получаем возможность оценки C_n^2 по данным метеонаблюдений.

Величины числа Ричардсона определяют три типа температурной стратификации:

1***. устойчивая стратификация атмосферы*****:** $Ri > 0, d\langle T\rangle / dh$. В этих условиях развитие турбулентности затруднено. Чем больше Ri, тем устойчивее стратификация атмосферы. Следовательно, при значениях Ri, больших некоторого критического значения Ri_{cr}, атмосферная турбулентность совершенно затухает. Надежные значения Ri_{cr} могут быть получены только в результате обработки специально организованных или тщательно отобранных наблюдений. При этом, как видно из (51), для оценки Ri_{cr} необходимы одновременные оценки распределения с высотой как температуры, так и ветра.

2. н***еустойчивая стратификация атмосферы***: $Ri < 0, \quad d\langle T\rangle / dh < -\gamma_a$ Для этого случая характерна интенсивная конвекция. Энергия турбулентности увеличивается за счет уменьшения энергии неустойчивости.

3. б***езразличная стратификация атмосферы:*** $Ri = 0, d\langle T\rangle / dh = -\gamma_a$. В этом случае турбулентность развивается так же, как и в однородной жидкости.

Анализ турбулентных процессов в приземном слое стратифицированной атмосферы в значительной степени осложняется необходимостью учитывать профиль скорости ветра, а также характер ландшафта местности и подстилающей поверхности. Указанные факторы не только затрудняют теоретическое рассмотрение, но и осложняют постановку натурных экспериментов. Тем не менее, выполненные в этом направлении работы позволяют даже при явном недостатке экспериментального материала сформировать общую (хотя и в значительной степени качественную)

физическую картину микрометеорологических особенностей приземного слоя воздуха.

Пограничный и приземный атмосферные слои являются весьма сложной гидродинамической системой, поведение которой определяется многими независимыми параметрами. При сильной устойчивости турбулентность подавляется. Однако на фоне относительно спокойной среды могут наблюдаться отдельные турбулизованные области. Спектральный состав турбулентности в этих областях отличается значительно большим весом мелкомасштабных возмущений.

В случае слабого ветра при устойчивой стратификации в потоке имеется нерегулярная составляющая, масштабы которой более или менее независимы от высоты, велики по направлению ветра и малы по вертикали. При значительном ветре формирующиеся вихри имеют тенденцию к закручиванию в спирали, оси которых параллельны направлению вектора средней скорости ветра.

На мелкомасштабную турбулентность налагаются значительно более крупные, почти горизонтальные вихри с горизонтальными размерами порядка сотен и более метров и временными масштабами порядка десятков минут. Природа этих вихрей в значительной мере определяется нерегулярностями подстилающей поверхности. Вихри, о которых идет речь, в приземном слое с высотой не ослабевают. Именно этими движениями и обусловлены горизонтальные колебания дымовых струй от высоких труб при устойчивой стратификации.

При безразличной стратификации крупномасштабные образования играют значительно меньшую роль, а может быть, и совершенно отсутствуют; энергия же высокочастотных вихрей почти постоянна по высоте. Масштабы горизонтальных компонент скорости мало меняются с высотой, тогда как масштаб вертикальной скорости растет с высотой по линейному закону. Следовательно, у земной поверхности в атмосфере присутствуют одновременно вихри различных размеров, причем наименьшие из них вносят наибольший вклад в пульсации вертикальной скорости. С увеличением высоты возрастает роль более крупных вихрей.

Структура турбулентности при конвекции (неустойчивая стратификация) исследована достаточно подробно. В этих условиях существуют области "струй" относительно теплого воздуха и, в основном, с восходящими движениями, но обладающие и высокочастотными пульсациями как температуры, так и вертикальной скорости. В областях нисходящих движений температурное поле характеризуется относительной однородностью. Возможность различить, что является непосредственной причиной возникновения струи – термическая неоднородность (например, "горячее пятно" на поверхности почвы), или механическое выталкивание, или другие внутренние факторы, вызывающие температурные аномалии внутри среды – практически отсутствует. В нижних слоях на струи налагаются мелкомасштабные вихри механического происхождения, ослабевающие с

высотой. Последние являются более или менее изотропными и дают вклад в спектр вертикальной скорости на нижних уровнях. Именно эти вихри и приводят к линейному росту горизонтального масштаба вертикальных скоростей с высотой.

Непосредственно у поверхности Земли градиент скорости ветра вынуждает струи изгибаться по направлению среднего ветра. Поэтому некоторые струи располагаются вдоль линий, более или менее параллельных направлению ветра, так что на высоте порядка 20 м продольный масштаб становится больше поперечного. Мелкомасштабные флуктуации скорости по-прежнему наблюдаются как внутри, так и вне струй, тогда как температурные флуктуации вне струй, создающие фон мелкомасштабной турбулентности, оказываются ослабленными. Соответствующие данные наблюдений пока еще немногочисленны. Расширение базы данных и разработка для ее интерпретации теоретических моделей представляют в настоящее время весьма актуальную проблему.

Как теория, так и экспериментальные результаты допускают возможность формирования конвективными потоками квазирегулярных (так называемых когерентных) структур типа ячеек Бенара. Однако для областей в непосредственной близости от земной поверхности эта возможность прямыми экспериментальными данными еще не подтверждена.

9. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

При исследовании флуктуационных процессов, характеризующих поведение параметров излучения на реальных тропосферных трассах, важное значение имеют данные об изменениях амплитуды и фазы волны на входе приемной системы. Рассмотрим некоторые методы измерений флуктуаций и аппаратные средства, наиболее часто применяемые в практике исследований.

В настоящее время в распоряжении экспериментаторов имеется широкий набор методов, приемов и устройств, обеспечивающих надежную регистрацию характеристик излучения.

9-1. Флуктуации амплитуды и интенсивности

У земной поверхности в атмосфере присутствуют одновременно вихри различных размеров. Теоретические и экспериментальные данные подчеркивают крайнюю неравномерность распределения мелкомасштабной турбулентности во времени и в пространстве в приземном слое атмосферы и его ярко выраженный перемежающийся характер.

Хотя постоянно присутствующие на трассе отражатели и играют определенную роль в формировании флуктуаций сигнала, тем не менее, основное влияние на формирование флуктуаций сигнала, распространяющегося на приземных трассах, оказывает микроструктура неоднородностей, а также возникающие неоднородные слои инверсии атмосферных параметров, определяющих ее электрические свойства. Интенсивность флуктуаций растет с ростом длины трассы. При увеличении скорости ветра относительные флуктуации сигнала достигают максимума при скорости порядка 3 м/с, уменьшаясь с дальнейшим ростом скорости ветра.

В зоне прямой видимости флуктуации интенсивности для УКВ-трасс в могут быть разделены на три типа:

1. Мелкие и медленные замирания, наблюдающиеся примерно в 50% случаев. Стандартное отклонение $\gamma = \sigma / \langle E \rangle \leq 0{,}1$. Распределение плотности вероятности удовлетворительно описывается нормальным законом:

$$W(E)dE = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ -\frac{(E - \langle E \rangle)^2}{2\sigma^2} \right\}. \qquad (9.1)$$

Этот тип замираний характеризуется отсутствием волноводных каналов и инверсионных слоев. Ход *M*-профиля – плавный, близкий к стандартному, но, как правило, всегда находится в области субстандартной рефракции. Метеообстановка при этом может меняться существенно.

2. Быстрые и не очень глубокие замирания наблюдаются примерно в 30% случаев. $0.1 \leq \gamma \leq 0.5$.

$$W(E)dE = \frac{2E}{\Sigma\langle E_s^2\rangle}\exp\left[-\frac{E^2+E_0^2}{\Sigma\langle E_s^2\rangle}\right]I_0\left(\frac{2EE_0}{\Sigma\langle E_s^2\rangle}\right)dE\,. \qquad (9.2)$$

Временной интервал корреляции $\tau_0 \approx 0.3 - 1.5$ с.

Анализ состояния трассы свидетельствует о существовании в это время инверсий температуры, реже – инверсий влажности.

3. Третий тип наблюдается примерно в 20% случаев. На глубокие сравнительно медленные замирания накладываются быстрые мелкие вариации поля. $\gamma \geq 0.5.$ Временной интервал корреляции возрастает до 2 –6 с. Для этого случая трудно подобрать аппроксимирующую функцию распределения, которая находилась бы в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными. Регистрируется присутствие волноводных каналов. Объяснить существование подобного типа замираний можно, предположив интерференцию по крайней мере двух волн – прямой и отраженной от инверсионного слоя.

При этом механизм формирования сигнала будет общим как для случая прямого, так и для случая локационного распространения сигнала. Для сигнала десятисантиметрового диапазона основная мощность флуктуаций сосредоточена во временном интервале радиусов корреляции 1.5с < τ_0<18 с, для трехсантиметрового – в интервале 0.5 с < τ_0<6 с, для оптического излучения с длиной волны 0.63 мкм – в интервале 0.01 < τ_0< 0.6 с. Для сантиметрового диапазона относительная глубина флуктуаций не превышает нескольких процентов для трасс в зоне прямой видимости. Вообще же спектр флуктуаций составляет нескольких сотен Герц.

9-2. Пространственно-временная корреляция

Временные и пространственные корреляционные функции находятся в сложной зависимости от усредненной скорости потока и флуктуаций диэлектрической проницаемости. Пользуясь концепцией «замороженной» турбулентности, легко найти пространственные корреляционные функции, зная временные.

Интересно проанализировать возможность непосредственного обнаружения эффекта переноса и его характеристик, а также сравнить полученные экспериментальные данные с данными, предсказываемыми на основе концепции «замороженной» турбулентности. Это позволило бы выяснить роль чистого дрейфа и внутренних движений в самих неоднородностях. Такой подход открывает путь к решению вопросов, относящихся к определению «времени жизни» тропосферных неоднородностей. Соответствующий пример представлен на рис. 28.

Для параллельных трасс

$$\rho_{0\text{II}}(\ell,\tau) = \exp\left[-\left(\frac{\ell - \text{V}_{\perp}\tau}{a}\right)^2\right]. \qquad (9.3)$$

Для пересекающихся трасс

$$\rho_{0x}(l,\tau) = \frac{V_{\perp}\tau}{\ell}\rho_0\left(\frac{V_{\perp}\tau}{a}\right) + \frac{\ell - V_{\perp}\tau}{a}\rho_{01}\left[-\left(\frac{\ell - V_{\perp}\tau}{a}\right)\right], \qquad (9.4)$$

где $\rho_{01}\left[-\left(\frac{\ell - V_{\perp}\tau}{a}\right)\right]$ – коэффициент пространственной корреляции флуктуаций сигнала, распространяющегося на пересекающихся трассах, при измерениях в двух точках пространства, разнесённых на расстояния $\Delta x = \ell - V_{\perp}\tau$.

Если предположить, что функция корреляция флуктуаций показателя преломления может быть представлена в виде произведения двух сомножителей, один из которых зависит только от времени, а другой – только от координаты, то можно записать:

$$\rho_n(\ell,\tau) = \rho_1(\ell)\rho_2(\tau). \qquad (9.5)$$

Можно показать, что во всех случаях, когда $V_{\perp} \neq 0$ – присутствует поперечный дрейф неоднородностей, наблюдается сдвиг максимума кривой пространственно-временного коэффициента корреляции для всех баз разнесения, отличных от нуля.

Для пересекающихся трасс

$$\tau_{\max} = \ell / 2V_{\perp}. \qquad (9.6)$$

Для параллельных трасс

$$\tau_{\max} = \ell / V_{\perp}. \qquad (9.7)$$

В условиях отсутствия хаотической составляющей работает концепция «замороженности» – коэффициент корреляции не уменьшается при сдвиге антенн относительно друг друга.

С ростом хаотической составляющей снижается уровень корреляции в максимуме. Пропорциональность сохраняется до некоторого момента, определяемого как «время жизни» неоднородностей.

Для неоднородностей меньших размеров спадание происходит быстрее. Уже при малых разнесениях флуктуационные изменения в точках разнесения оказываются почти полностью некоррелированными, так как эти точки относятся к разным неоднородностям.

При этом медленная компонента амплитудно-фазовых флуктуаций определяется фазовыми флуктуациями поля, тогда как быстрая их компонента обусловлена флуктуациями амплитуды поля.

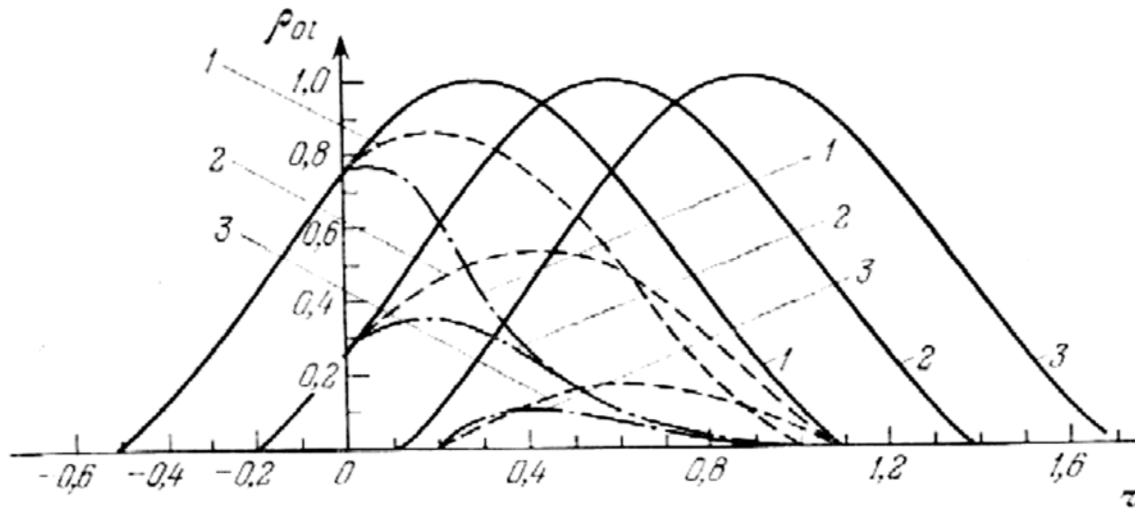


Рис. 28. Теоретически рассчитанные коэффициенты пространственно-временной корреляции при V=1 м/с.для баз разнесения: *1* – 0.3; *2* – 0.6; *3* – 0.9 м. Сплошные линии: $\sigma_V = 0; \beta = 0$. Пунктирные: – $\sigma_V = 0; \beta = \pi/4$; Штрих-пунктир - $\sigma_V = 2м/с; \beta = \pi/4, \beta$ – угол между базой разнесения и скоростью ветра.



Рис. 29. Распределение интенсивности в оптическом пучке на наклонной трассе.

Отметим, что существование высотного хода метеопараметров и показателя преломления приводит к различиям в характеристиках пучков радио- и оптических волн на наклонных и горизонтальных трассах, что позволяет использовать описанный метод для определения фор мы атмосферных неоднородностей. На вертикальных и наклонных трассах проявляется анизотропия профиля пучка.

Пример для оптического излучения представлен на рис. 28. Соотношение размеров осей составляет примерно 1:3 и в существенной степени определяется неустойчивостью стратификации трассы, т.е. наличием вертикальных течений.

В условиях сильных флуктуаций для наклонной трассы характерна вытянутость как всего пучка, так и отдельных спеклов. Амплитуда смещения центра тяжести пучка на горизонтальной трассе существенно превосходит величину этого смещения на наклонной трассе.

9-3. Фазовые флуктуации электромагнитных волн

9-3.1. *Фазометрический метод исследования флуктуаций радиоволн*

Изменение фазы в атмосфере связано с частотной шумовой модуляцией, изменением наклона волнового фронта при вариациях угла прихода и пространственной расфазировкой вследствие разного относительного запаздывания отдельных лучей.

Частотная шумовая модуляция – изменение фазы во времени – связана с эффектом Доплера при рассеянии на движущихся неоднородностях.

При применении интерференционного метода анализа флуктуаций УКВ результаты измерений трактовались как результаты измерения флуктуаций фазы. Однако более детальный анализ показал, что это не всегда соответствует действительности. На рис. 30 представлена обычная схема интерференционного приема, используемая для измерения углов прихода. Здесь A_1 и A_2 – пространственно разнесенные антенны с базой разнесения ℓ, *Ф* – фазовращатель, *КП* – квадратичный приемник, *С* – смеситель.

Анализ сигнала на выходе такой часто осуществляемой на практике схемы показал, что флуктуации определяются флуктуациями амплитуды и фазы нерегулярной компоненты поля на входе и зависят от пространственно-временной корреляции поля. В приближении геометрической оптики эти флуктуации не зависят от флуктуаций амплитуды поля и определяются флуктуациями фазы поля на входе системы и пространственным спектром неоднородностей показателя преломления среды, который в данном случае совпадает со спектром флуктуаций фазы. Амплитуда поля имеет относительно большую постоянную составляющую, а флуктуации амплитуды являются быстрыми и неглубокими. Что касается амплитудно-фазовых флуктуаций поля, для них характерна меньшая по величине постоянная составляющая с четко выраженными более медленными флуктуациями, на которые накладываются более быстрые, аналогичные амплитудным.

На длинных трассах флуктуации углов прихода становятся серьезной помехой при приеме кодированного оптического излучения. В этом случае возникает необходимость увеличения приемной апертуры до таких размеров, чтобы пятно при своих блужданиях не вышло за пределы светочувствительного элемента. Сюда добавляется также влияние пространственной расфазировки, если разность хода отдельных лучей достигает $\pm\lambda/2$. При наложении в приемнике в результате интерференции они будут гасить друг друга. Эффективно обойти эту трудность на практике пока не удается.

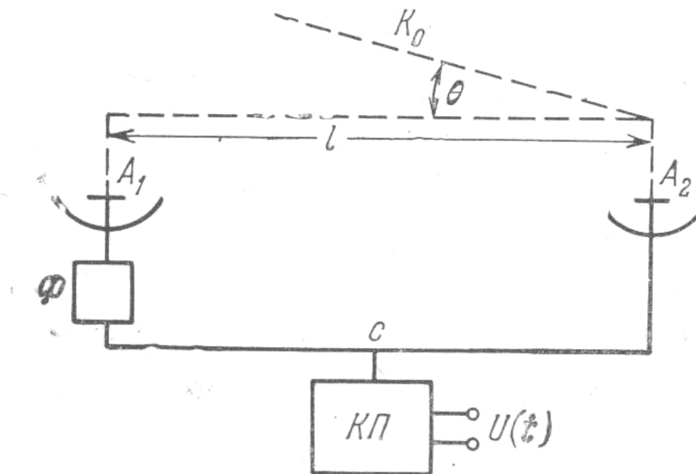


Рис. 30. Фазометрический метод оценки флуктуаций.

Если флуктуации амплитуды определяются неоднородностями, размеры которых имеют порядок радиуса зоны Френеля, то для флуктуаций фазы важны более крупные неоднородности.

Для плоской волны

$$D_\varphi(\ell) = Ak^2 C_n^2 L \ell^{5/3}, \qquad (9.8)$$

где

$$A = \begin{cases} 2.91 & \sqrt{\lambda L} << \ell << L_0 \\ 1.46 & \ell_0 << \ell << \sqrt{\lambda L} \end{cases} \qquad D_n(\ell) \sim \begin{cases} \ell^{2/3} & \ell_0 < \ell < \infty \\ \ell^2 \ell_0^{-4/3} & 0 < \ell < \ell_0 \end{cases}. \qquad (9.9)$$

9-3.2. *Интерферометры в оптическом диапазоне*

Наряду с другими способами исследования воздействия атмосферы на фазовые флуктуации электромагнитных волн в оптическом диапазоне часто применяют интерферометр Жамена (рис.31). Отличительной особенностью такой схемы служит разделение луча на два до выхода в исследуемую среду, когда в случайно-неоднородной атмосфере распространяются по параллельным трассам когерентные пучки, которые складываются на выходе из нее, создавая интерференционную картину в виде полос равного наклона. При этом отсутствует характерный для многих методов «опорный» пучок, который идет вне турбулентной среды и используется для получения интерференционной картины при сложении с лучом, прошедшим трассу.

Анализ позволил установить функциональную связь видности интерференционной картины с коэффициентом корреляции флуктуаций амплитуды и структурной функцией флуктуаций фазы.

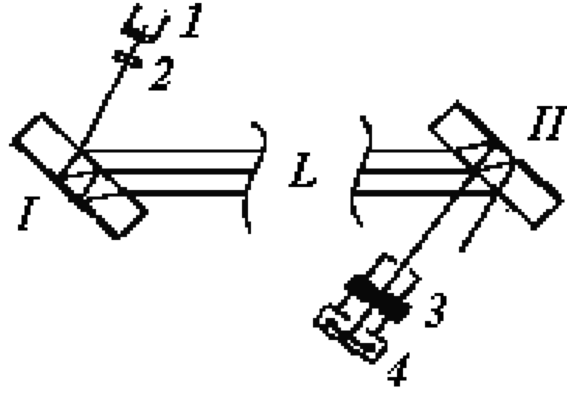


Рис. 31. Схема с интерферометром Жамена.

Рассмотрим распределение интенсивности света в плоскости фотоприемника. Случайными изменениями частоты излучения пренебрегаем.

Колебания в каждом из интерферирующих пучков запишутся в виде:

$$\Psi_1 = A_1(t)\exp\left[i\left(\omega t + \varphi_1\right)\right];$$
$$\Psi_2 = A_2(t)\exp\left[i\left(\omega t + \varphi_2\right)\right]. \qquad (9.10)$$

Предполагаем статистическую однородность среды:

$$\left\langle A_1\right\rangle = \left\langle A_2\right\rangle = \left\langle A\right\rangle;$$
$$\left\langle\left(\varphi_1 - \left\langle\varphi_1\right\rangle\right)^2\right\rangle = \left\langle\left(\varphi_2 - \left\langle\varphi_2\right\rangle\right)^2\right\rangle = \sigma_\varphi^2. \qquad (9.11)$$

Поскольку лучи проходят по трассам, разнесённым на расстояние ℓ, флуктуации амплитуд и фаз в них будут различны, но коррелятивно связаны.

Отклонения амплитуд от среднего значения удовлетворяют очевидным условиям:

$$A_1 = \left\langle A\right\rangle + a_1; \quad A_2 = \left\langle A\right\rangle + a_2 \;. \qquad (9.12)$$

В плоскости приема интенсивность света при сложении пучков запишется в виде произведения:

$$I = \left\langle\left(\Psi_1 + \Psi_2\right)\left(\Psi^*{}_1 + \Psi^*{}_2\right)\right\rangle. \qquad (9.13)$$

Знак усреднения относится к действию фотоприемника, так что время усреднения совпадает со временем экспозиции. Подставляя соответствующие величины, находим:

$$I = \left\langle A_1^2 + 2A_1A_2\cos\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) + A_2^2\right\rangle =$$
$$= 2\left\langle A\right\rangle^2 + 2\left\langle a^2\right\rangle + 2\left\langle A\right\rangle^2\left\langle\cos\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)\right\rangle + 2\left\langle a_1a_2\cos\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)\right\rangle. \qquad (9.14)$$

При этом вновь предполагается статистическая однородность среды, то есть

$$\left\langle a_1^2 \right\rangle = \left\langle a_2^2 \right\rangle = \left\langle a^2 \right\rangle = \sigma_A^2. \qquad (9.15)$$

В дальнейшем будем считать, что флуктуации амплитуды и фазы некоррелированы. Тогда

$$\begin{gathered} \langle (a_1 + a_2)\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle = \langle a_1 + a_2 \rangle \langle \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle = 0, \\ \langle (a_1 a_2)\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle = \langle a_1 a_2 \rangle \langle \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle. \end{gathered} \qquad (9.16)$$

Введем коэффициент корреляции флуктуаций амплитуды:

$$\rho_{0A} = \langle a_1 a_2 \rangle \Big/ \left\langle a^2 \right\rangle = \langle a_1 a_2 \rangle \Big/ \sigma_A^2. \qquad (9.17)$$

У нас появляется возможность свести выражение для интенсивности в плоскости расположения приемного элемента к виду:

$$I = 2\langle A \rangle^2 \left\{ 1 + \frac{\sigma_A^2}{\langle A \rangle^2} + \left[1 + \frac{\sigma_A^2}{\langle A \rangle^2} \rho_{0A} \right] \langle \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle \right\}. \qquad (9.18)$$

Вычисления в предположении нормального распределения фазовых флуктуаций приводят к соотношению:

$$\langle \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle = \exp[-\sigma_\varphi^2 (1 - \rho_{0\varphi})] \cos\langle (\Delta\varphi) \rangle, \qquad (9.19)$$

где $\rho_{0\varphi}$ – коэффициент корреляции флуктуаций фазы.

Введем структурную функцию флуктуаций фазы:

$$D_\varphi = 2\sigma_\varphi^2 (1 - \rho_{0\varphi}). \qquad (9.20)$$

Тогда косинус разности фаз запишется иначе:

$$\langle \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle = \exp(-D_\varphi / 2) \cos\langle \Delta\varphi \rangle. \qquad (9.21)$$

Подставляем в формулу для интенсивности:

$$I = 2\langle A \rangle^2 \left\{ 1 + \frac{\sigma_A^2}{\langle A \rangle^2} + \left[1 + \frac{\sigma_A^2}{\langle A \rangle^2} \rho_{0A} \right] \exp(-D_\varphi / 2) \cos\langle \Delta\varphi \rangle \right\}. \qquad (9.22)$$

Введем понятие видности интерференционной картины по Майкельсону:

$$M = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \qquad (9.23)$$

Отсюда получаем с учетом членов до второго порядка малости выражение для видности интерференционной картины:

$$M = \left(1 + \frac{\sigma_A^2}{\langle A \rangle^2} \rho'_{0A}\right) \exp\left(-D_\varphi/2\right). \qquad (9.24)$$

Здесь введено обозначение $\rho'_{0A} = \rho_{0A} - 1$.

Таким образом, видность интерференционной картины определяется как структурной функцией флуктуаций фазы, так и коэффициентом корреляции флуктуаций амплитуды. Линейная зависимость от ρ_{0A} является несущественной ввиду сильной экспоненциальной зависимости от D_φ.

При $\rho_{0A} \sim 1$ второй член в скобках исчезающе мал.

При ρ_{0A} близких к нулю, этим членом можно пренебречь при $\sigma_A^2 << \langle A \rangle^2$.

Следовательно, видность интерференционной картины и структурная функция флуктуаций фазы связаны соотношением:

$$M = \exp\left(-D_\varphi / 2\right). \qquad (10.25)$$

Структурная функция флуктуаций фазы связана с параметрами атмосферы и сигнала соотношением вида (8). Это позволяет по данным измерений видности интерференционной картины оценить структурную характеристику флуктуаций показателя преломления.

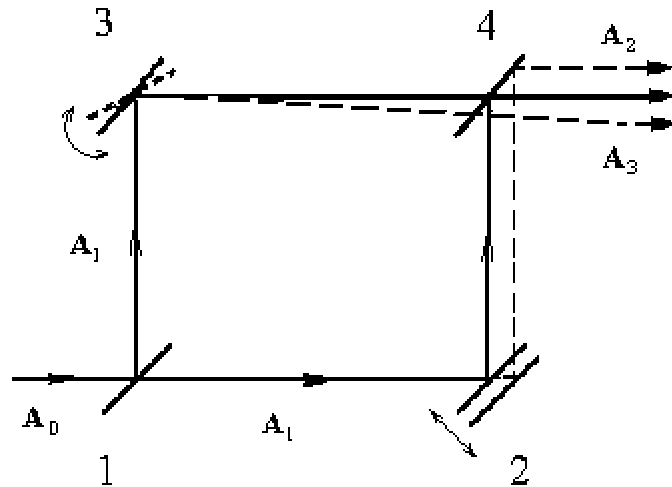


Рис. 32. Принципиальная схема интерферометра поперечного сдвига. 1 и 4 – полупрозрачные пластины; 2 и 3 – отражающие зеркала. Непрерывные линии соответствуют съюстированному (начальному) положению элементов схемы, пунктир – лучи, формирующиеся в результате смещения зеркала 2 и наклона зеркала 3.

Аналогичные результаты получают с помощью интерферометра поперечного сдвига Маха-Цандера, использование которого не налагает столь жестких требований на базу разнесения интерферирующих лучей (рис.32).

Весьма удобным средством для анализа возмущений волнового фронта в оптическом диапазоне зарекомендовал себя интерферометр радиального

сдвига. Его основным элементом является плоско-сферическая линза, на сферическую поверхность которой нанесено отражающее покрытие. В результате наложения световых пучков, отраженных соответственно от плоской и сферической поверхностей линзы, формируется интерференционная картина радиального сдвига, анализ которой позволяет выявить наиболее характерные типы фазовых возмущений.

9-4. Теневые методы анализа флуктуаций углов прихода и дифракционные антенны

Для исследования флуктуаций углов прихода в оптическом диапазоне удобно использовать теневые методы. Эти методы основаны на изменении распределения освещенности, если на пути луча находится среда с неоднородностями показателя преломления.

Пример такой схемы приведен на рис. 33. На экране наблюдается распределение освещенности в пучке, прошедшем участок случайно-неоднородной среды. Ножевая диафрагма закрывает часть лучей и при ее введении изображение меркнет. Для такой схемы

$$\Delta a = \theta_x f; \Delta b = \theta_y f, \tag{9.26}$$

где f – фокусное расстояние, θ_x, θ_y – углы с соответствующими осями. Δa приводит к смещению изображения вдоль лезвия ножевой диафрагмы, следовательно, не вызывает изменения освещенности экрана.

Выполненные с применением таких схем эксперименты позволяют путем регистрации изменений интенсивности на экране получить характерные функции распределения флуктуаций углов отклонения лучей, прошедших трассу в различных режимах турбулентности.

Сложность настройки интерференционных и теневых схем часто мешает их успешному применению. Поэтому разрабатывались более простые методы, которые позволяли бы оценивать состояние среды на трассе распространения. В частности, хорошие результаты дает применение дифракционных антенн. Этот метод основан на классическом рассмотрении вопросов дифракции на отверстиях (рис.34).

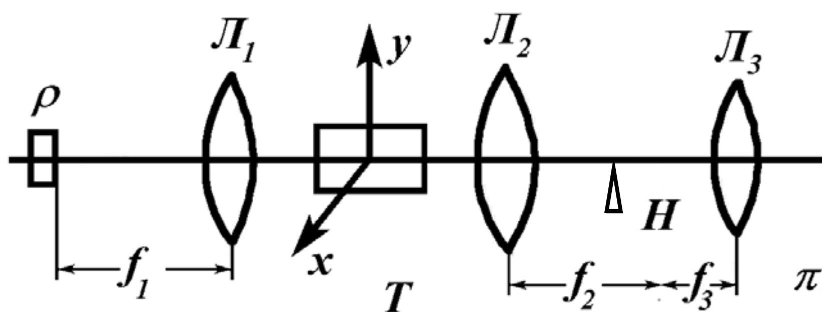


Рис. 33. Теневая схема с ножевой диафрагмой. ρ – источник излучения; $Л_1$ – коллиматор; T – случайно–неоднородная среда; $Л_2$ – собирающая линза; H – ножевая диафрагма; $Л_3$ – приемный объектив; π – экран.

Для инерционного интервала при условии, что база разнесения точек наблюдения $\eta = |\xi_1 - \xi_2| \le \sqrt{\lambda L}$, для среднего квадрата напряженности поля

оказывается справедливым выражение

$$<\left|E_{xz}(U)\right|^2>=2B\int_0^1(1-\eta)\cos(2U\eta))\exp\left[-b'_\eta\right]d\eta\,, \qquad (9.27)$$

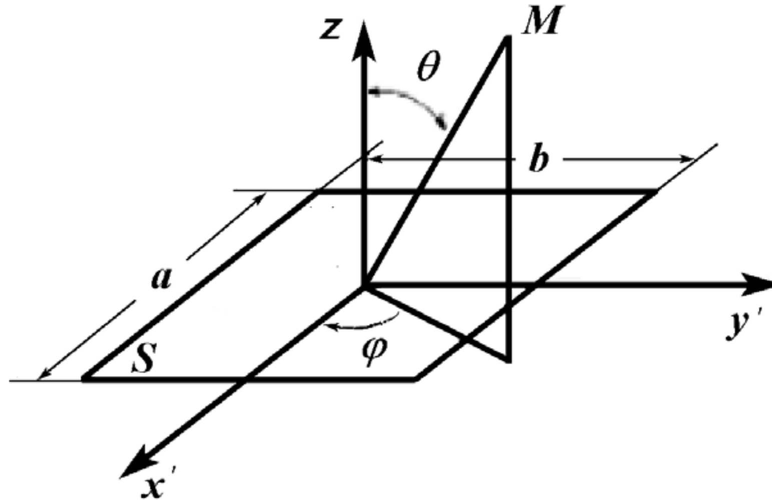


Рис. 34. К расчету дифракции на прямоугольном отверстии в случайно-неоднородной среде.

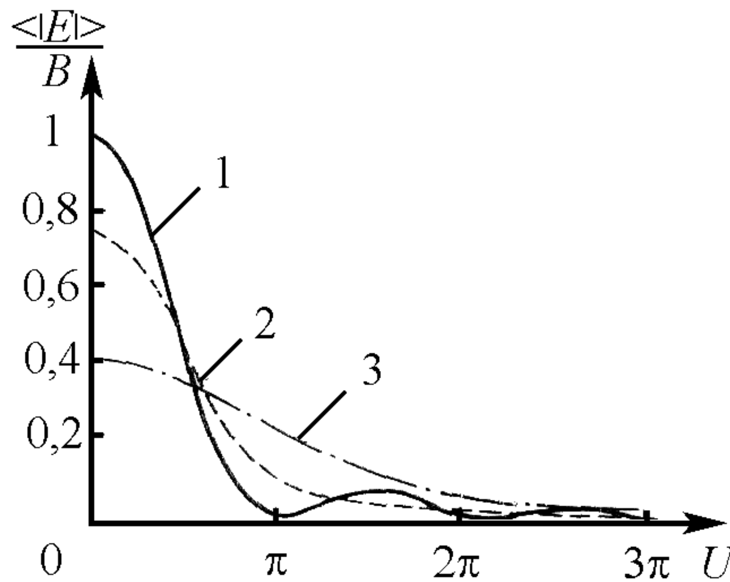


Рис. 35. Теоретические распределения интенсивности света в дифракционной картине при различных режимах турбулентности: *1* – случай однородной среды, C_{n1}^2 =0; 2 $-C_{n2}^2$ = 2.5 .10^{-16} м$^{-2/3}$; *3* $-C_{n3}^2$ = 5.0 .10^{-16} м$^{-2/3}$.

где

$$b'_\eta \approx 2.3(2\pi/\lambda)^2 LC_n^2\eta^{5/3}\,, \qquad (9.28)$$

$$B = \mathrm{A}^2 E_0^2 S^2 .$$

При увеличении интенсивности турбулентности на пути распространения луча расширяется главный максимум дифракционной картины и повышаются уровни минимумов (рис.35).

Эксперименты отмечают хорошее совпадение полученных результатов с кривыми, построенными в предположении колмогоровской модели турбулентности. Но особенно следует подчеркнуть чувствительность метода к изменению структурной характеристики флуктуаций показателя преломления, что позволило использовать описанный метод для ее экспериментальной оценки.

Описанные методы позволяют использовать оптическое излучение в дополнение к волнам радиодиапазона для анализа турбулентного состояния канала распространения.

10. ОСНОВЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФЛУКТУАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Большой круг вопросов, связанных с исследованием закономерностей взаимодействия электромагнитного излучения со средой, показатель преломления которой испытывает хаотические пространственно-временные вариации, требует для своего решения применения аппарата теории случайных процессов.

Анализируя схему отражения от слоистой неоднородности, мы показали, что, если эта поверхность будет совершать некоторые движения вверх и вниз, будет меняться разность фаз прямого и отражённого лучей в точке приема. Поскольку незначительные вариации длины пути радиоволны не могут сколько-нибудь значительно повлиять на величину испытываемого в процессе распространения поглощения, амплитуду волны в точке приема можно считать постоянной. Поэтому напряженность поля в точке приема записывают в виде:

$$E = E_m \exp i[\omega t - \varphi(t)], \qquad (10.1)$$

где фаза $\varphi(t)$ – случайная величина. Это позволяет рассматривать приходящий в точку приема сигнал как случайным образом модулированный по фазе. Поскольку, по определению, мгновенная скорость изменения фазы характеризует мгновенное же значение частоты, то

$$\Delta\omega(\mathrm{t}) = \frac{d\varphi(\mathrm{t})}{dt}. \qquad (10.2)$$

Отсюда

$$\varphi = \int_0^{\mathrm{t}} \Delta\omega \, dt. \qquad (10.3)$$

Тогда выражение для амплитуды можно представить в виде

$$E = E_m \exp\{i\left[\omega t - \int_0^{\mathrm{t}} \Delta\omega(t)\, dt\right]\}. \qquad (10.4)$$

Вычислив производную от показателя экспоненты в этом выражении, находим мгновенное значение принимаемой частоты:

$$\omega_{мгн} = \frac{d}{dt}\left[\omega t - \int_0^{\mathrm{t}} \Delta\omega(t)\, dt\right] = \omega - \Delta\omega(t). \qquad (10.5)$$

Следовательно, флуктуации длины пути распространяющегося луча можно по желанию толковать либо как случайные флуктуации фазы, либо как случайные флуктуации частоты принимаемого сигнала.

Поле в точке приема в условиях многолучевости будет тогда представлять сумму полей постоянных амплитуд и случайным образом меняющихся фаз.

Однако амплитуды интерферирующих лучей не всегда будут постоянными. И наводимая в приёмной антенне э.д.с будет меняться.

Особенно сильно эти эффекты будут сказываться в условиях, когда показатель преломления случайным образом меняется во времени и пространстве.

10-1. Общие теоретические положения

Рассмотрим физические и математические подходы к описанию распространения электромагнитных волн в среде с плавными пространственно-временными изменениями показателя преломления. Такая модель среды распространения широко используется для описания радиофизических свойств атмосферы. В этих условиях характеристики среды и, соответственно, электромагнитного поля, могут быть описаны лишь на основе статистических представлений. Эти представления основываются на корреляционных связях вариаций поля электромагнитной волны и статистически описываемых изменений показателя преломления. Будем анализировать скалярное волновое уравнение для случайно-неоднородной среды.

Рассмотрение этой проблемы представляет, помимо большого теоретического интереса, практически важную задачу о характере флуктуаций поля в зоне прямой видимости или в зоне дифракции, а также при прохождении радиоволн через различные области земной атмосферы, в которые вкраплены хаотически перемещающиеся и изменяющиеся во времени неоднородности. Будем считать, что амплитуда первичного поля значительно больше амплитуды рассеянной компоненты. Эффектами вторичного переизлучения пренебрежем. Для определения напряженности поля в освещенной области и в области дифракции воспользуемся двумя различными приближенными методами решения волнового уравнения.

Пусть на полупространство, заполненное случайными неоднородностями диэлектрической проницаемости, падает плоская электромагнитная волна, направление распространения которой совпадает с осью z:

$$E_0 = A_0 \exp\left[-i\left(\omega t - k_0 z\right)\right]. \qquad (10.6)$$

Диэлектрическая проницаемость как случайная функция координат и времени может быть определена суммой

$$\varepsilon\left(r,t\right) = 1 + \Delta\varepsilon\left(r,t\right), \qquad (10.7)$$

причем среднее значение диэлектрической проницаемости (при усреднении и по времени, и по координатам) $\varepsilon\left(r,t\right)$ равно единице:

$$\left\langle \varepsilon\left(r,t\right)\right\rangle = 1;\ \left\langle \Delta\varepsilon\right\rangle = 0\,. \qquad (10.8)$$

Количественная оценка неоднородностей диэлектрической проницаемости дается ее среднеквадратичным значением:

$$\left\langle (\Delta\varepsilon)^2 \right\rangle = \left\langle \left(\varepsilon - \langle\varepsilon\rangle\right)^2 \right\rangle. \qquad (10.9)$$

Большое число измерений, выполненных как при помощи самолетных рефрактометров, так и другими способами, позволили установить приблизительные пределы изменений относительной величины флуктуаций диэлектрической проницаемости:

$$0.4\cdot 10^{-12} \le \left| \frac{\langle\Delta\varepsilon\rangle^2}{\varepsilon} \right| \le 6.4\cdot 10^{-12}. \qquad (10.10)$$

Знание этой величины позволит нам сформулировать приближенные уравнения, когда можно пренебречь членами высокого порядка малости.

Для рассматриваемого случая уравнения Максвелла имеют вид:

$$\begin{aligned} rotH &= \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(1+\Delta\varepsilon)E \\ rotE &= -\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t} \\ div(1+\Delta\varepsilon)E &= 0 \\ divH &= 0 \end{aligned} . \qquad (10.11)$$

Если скорость флуктуаций ε мала по сравнению со скоростью изменения поля, то есть с частотой волны

$$\frac{d}{dt}(\Delta\varepsilon) << \omega\varepsilon, \qquad (10.12)$$

что для радиодиапазона с очевидностью справедливо, то

$$\begin{aligned} rotH &= -ik_0\varepsilon E \\ rotE &= ik_0 H \\ divE &= -\frac{grad(\Delta\varepsilon)}{\varepsilon}E \\ divH &= 0 \end{aligned} . \qquad (10.13)$$

Преобразуем эти уравнения:

$$rotrotE = ik_0 rotH = k_0^2\varepsilon E$$

или

$$\nabla^2 E + k_0^2 \varepsilon E - grad\, div\, E = 0$$

$$\nabla^2 E + \left[k_0^2 \varepsilon + grad \frac{grad(\Delta\varepsilon)}{\varepsilon} \right] E = 0. \qquad (10.14)$$

Пренебрегаем вторым членом в квадратных скобках, учитывая (10) Тогда уравнение для напряженности поля примет вид:

$$\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 \varepsilon \vec{E} = 0. \qquad (10.15)$$

Не будем рассматривать влияние поляризации волны на характер распространения. Тогда задача сводится к решению скалярного уравнения

$$\nabla^2 E + k_0^2 \varepsilon E = 0, \qquad (10.16)$$

где

$$\varepsilon = 1 + \Delta\varepsilon.$$

Волновое уравнение для произвольной компоненты U напряженности электрического (или магнитного) поля излучения в случайно-неоднородной среде имеет вид:

$$\nabla^2 U - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0, \qquad (10.17)$$

где показатель преломления n является функцией времени t и пространственных координат $\vec{r} = \{x, y, z\}$:

$$n = n(x,y,z,t) = n(\vec{r},t). \qquad (10.18)$$

Если $n_1 = 0$, одним из решений уравнения (17) будет плоская волна, распространяющаяся, например, в направлении положительных z:

$$U(\vec{r},t) = A \exp i(k_0 z - \omega t). \qquad (10.19)$$

При $n_1 \neq 0$ решение уравнения (17) представимо в виде квазиплоской волны, амплитуда А которой зависит от координат:

$$U(\vec{r},t) = A(\vec{r}) \exp[i(k_0 z - \omega t)]. \qquad (10.20)$$

Уравнение для *A* можно получить подстановкой (20) в (17).

Преобразуем (17) с учетом соотношений для $\partial^2 U / \partial t^2$ и $\nabla^2 U$. При этом используются предположения:

1. $\partial A/\partial t = 0$ – за период колебания в диапазоне радиочастот амплитуда А не испытывает заметного изменения.

2. Средний показатель преломления близок к единице (что характерно для атмосферы).

Тогда

$$\left(n^2-1\right)=(n-1)(n+1)\approx 2(n-1)\approx 2n_1, \qquad (10.21)$$

и уравнение (17) принимает вид:

$$\nabla^2 A+2ik_0\frac{\partial A}{\partial z}+k_0^2\left(n^2-1\right)A=0. \qquad (10.22)$$

Рассмотрим некоторые приближенные методы его решения.

10-2. Методы решения волнового уравнения

10-2.1. *Лучевое приближение* (*приближение геометрической оптики*)

В этом случае считаем:

$$\frac{\nabla^2 A}{k_0^2} << n_1. \qquad (10.23)$$

Уравнение (23) имеет решением следующую функцию:

$$A(x,y,z)=A_0\exp\left[ik_0\int_0^z n_1(x,y,z)dz\right], \qquad (10.24)$$

где A_0 – значение функции при z=0.

Это приближение, дающее решение в виде плоских волн, то есть оставляющее только лучевую трактовку распространения, естественно, не учитывает явления дифракции. Однако, в случаях, когда оптическая длина пути велика, дифракционный эффект значителен и пренебрежение членом $\nabla^2 A$ в уравнении (22) недопустимо.

10-2.2. *Метод малых возмущений* (*борновское приближение*)

Если состояние среды таково, что неоднородности вносят малые возмущения в величину A, то приближенное решение уравнения (22) можно получить методом последовательных приближений:

$$A=A_0+A_1+... \qquad (10.25)$$

В разложении (25) каждое слагаемое A_m имеет порядок малости $(n_1)^m$. Если последующие слагаемые малы по сравнению с предыдущими $|A_{m+1}|<<|A_m|$, конечное число членов ряда будет достаточным для описания поля волны. К сожалению, такая ситуация имеет место не во всех случаях, члены ряда могут возрастать. Физически это связано с увеличением относительного вклада членов ряда, ответственных за многократное рассеяние. Нулевой член ряда описывает падающую на среду (или невозмущенную) волну, слагаемое первого порядка – однократно рассеянное поле, второго порядка – двукратно рассеянное и т. д. Многократное рассеяние, как правило, становится существенным при возрастании интенсивности флуктуаций показателя преломления либо за счет возрастания n_1, либо из-за увеличения пути, проходимого излучением в среде. В результате интегральное изменение

показателя преломления вдоль трассы существенно возрастает. В данном разделе мы не будем анализировать эти вопросы, а рассмотрим задачу в приближении однократного рассеяния.

В первом приближении, называемом борновским,

$$A \approx A_0 + A_1. \tag{10.26}$$

Подставляя это выражение в уравнение (22), получаем:

$$\nabla^2 A_0 + 2ik_0 \frac{\partial A_0}{\partial z} = 0, \tag{10.27}$$

$$\nabla^2 A_1 + 2ik_0 \frac{\partial A_1}{\partial z} = -2k_0^2 n_1 A_0. \tag{10.28}$$

Чтобы найти A_1, нужно решить линейное неоднородное уравнение второго порядка (28). Для этого введем новую функцию координат $u(x, y, z)$:

$$A_1 = \exp(-ik_0 z)u(x, y, z). \tag{10.29}$$

Тогда, определяя из последнего выражения $\frac{\partial A_1}{\partial z}, \nabla A_1, \nabla^2 A_1$ и подставляя их в (28), получим, положив для случая падения плоской волны на плоскую границу среды $\nabla u = \frac{\partial u}{\partial z}$, следующее уравнение:

$$\nabla^2 u + k_0^2 u = -2k_0^2 n_1(\vec{r}) A_0 \exp(ikz). \tag{10.30}$$

Решение этого уравнения известно:

$$u(\vec{r}) = \frac{A_0 k_0^2}{2\pi} \int\limits_V n_1(\vec{r}') \exp[ik_0 z'] \frac{\exp\left[ik_0 \left|\vec{r} - \vec{r}'\right|\right]}{\left|r - \vec{r}'\right|} dV', \tag{10.31}$$

здесь $\vec{r}$ и $\vec{r}'$ – координаты точки наблюдения и источника вторичных волн, $dV' = dxdydz$.

Отсюда находим:

$$A_1 = \frac{A_0 k_0^2}{2\pi} \int\limits_V n_1(\vec{r}') \frac{\exp\{ik_0[q - (z - z')]\}}{q} dV', \tag{10.32}$$

где

$$q = \left|\vec{r} - \vec{r}'\right|. \tag{10.33}$$

Равенство (32) показывает, что поле рассеянной волны, наблюдаемое в точке r, обусловлено сферической волной, излучаемой из точки $\vec{r}'$, а именно $|\vec{r} - \vec{r}'|^{-1} \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)$. Амплитуда сферической волны пропорциональна

произведению локального значения флуктуирующей части показателя преломления $n_1(\vec{r}')$ и напряженности поля падающего излучения, а фаза определяется общим числом длин волн, укладывающихся на пути от источника до рассеивателя и далее до приемника. Вклады всех точек r' , находящихся в объеме рассеяния v, суммируются.

Согласно (26), имеем:

$$A \cong A_0\left[1+\frac{k_0^2}{2\pi}\int_V n_1(\vec{r}')\frac{\exp\{ik_0[q-(z-z')]\}}{q}dV'\right]. \qquad (10.34)$$

Для малых углов рассеяния, т.е. малых отклонений координат от оси z, величину q можно разложить в ряд:

$$q \cong (z-z') + 1/2\frac{|\vec{p}-\vec{p}'|}{z-z'}+\dots , \qquad (10.35)$$

где векторы $\vec{p}=\{x,y\}$ и $\vec{p}'=\{x',y'\}$ располагаются в поперечной плоскости, а их разность означает разность поперечных координат.

Тогда из (34) найдем:

$$A(\vec{r}) \cong A_0\left[1+\frac{k_0^2}{2\pi}\int_V n_1(\vec{r}')\exp\frac{\left\{ik_0\left[q-\left|p-p'\right|^2\right]\right\}}{2(z-z')}dV'\right]. \qquad (10.36)$$

На практике A часто существенно отличается от A_0. Следовательно, предположение о малости возмущений в таких случаях необосновано. В применении к атмосфере предположение о малых возмущениях эквивалентно предположению о среде с мелкомасштабными неоднородностями, или ka<<1, где a – средний размер неоднородностей.

10-2.3. ***Метод Рытова* (*метод плавных возмущений, МПВ*)**

Для сантиметровых и более коротких волн представляет интерес решение этого уравнения для случая крупных неоднородностей.

Не рассматривая изменения неоднородностей во времени, т.е. полагая, как и прежде, квазистатичность задачи, координатную часть $V(\vec{r})$ компоненты поля U можно описать при помощи приведенного волнового уравнения (уравнения Гельмгольца):

$$\nabla^2 U + \frac{\omega^2}{c^2}n^2(\vec{r})U = 0, \qquad (10.37)$$

где $n(\vec{r})$ – случайная функция координат.

Для атмосферы $n^2(r) = 1 + 2n_1(r)$.

Уравнение (37) получается из волнового уравнения (17) путем подстановки

$$U(r,t) = V(r)\exp(i\omega\, t).$$

Метод решения этого уравнения, предложенный С.М. Рытовым, состоит в том, координатная часть компоненты поля ищется в виде:

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r})\exp[\psi(\vec{r})]. \qquad (10.38)$$

Функция $\psi(\vec{r})$, называемая комплексной фазой, включает и собственно фазу, и величину, определяющую амплитуду, – так называемый уровень). В некоторых руководствах используется иное представление:

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r})\exp[i\varphi(\vec{r})]. \qquad (10.39)$$

Однако, поскольку $\psi(\vec{r})$ комплексна, оба подхода по сути являются эквивалентными.

Взяв решение в виде

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r})\exp[i\varphi(\vec{r})], \qquad (10.40)$$

и, сравнивая его с (38), находим:

$$\frac{A(\vec{r})}{A_0}\exp[\varphi(\vec{r})] = \exp[i\,\psi(\vec{r})] \qquad (10.41)$$

или

$$\ln\frac{A(\vec{r})}{A_0} + i\varphi(\vec{r}) = i\,\psi(\vec{r}), \qquad (10.42)$$

где $\varphi(r)$ представляет фазу $\psi(\vec{r})$.

Логарифм отношения амплитуд $\ln\frac{A(\vec{r})}{A_0}$ называется уровнем поля и характеризует относительную амплитуду поля.

Подставив решение (38) в уравнение (37), одновременно обозначив

$$\frac{\omega^2}{c^2}n^2(\vec{r}) = k_0^2\varepsilon\,, \qquad (10.43)$$

получаем уравнение, содержащее только производные функции ψ :

$$(\nabla\psi)^2 - i\nabla^2\psi = k_0^2 n^2 = k_0^2(1+2n_1). \qquad (10.44)$$

Решая его методом малых возмущений, мы налагаем требование малости на $\Delta\psi$, а не на саму функцию ψ, т.е. предполагаем плавность ее изменений. Именно в этом состоит существенное отличие метода Рытова от ранее рассмотренного метода малых возмущений.

Найдем уравнение для первого приближения:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1. \qquad (10.45)$$

Величину ψ_0 найдем из (37) при $n_1 = 0$ как решение этого уравнения в виде плоской волны:

$$V = A_0 e^{ik_0 z}, \quad \psi_0 = k_0 z. \tag{10.46}$$

Подставив (45) в (44), получим:

$$(\nabla\psi_0 + \nabla\psi_1)^2 - i\left(\nabla^2\psi_0 + \nabla^2\psi_1\right) = k_0^2(1 + 2n_1) \tag{10.47}$$

$$(\nabla\psi_0)^2 - i\nabla^2\psi_0 - k_0^2 + 2\nabla\psi_0\nabla\psi_1 + (\nabla\psi_1)^2 - i\nabla^2\psi_1 - - 2i\nabla^2\psi_0\nabla^2\psi_1 - 2k_0^2 n_1 = 0. \tag{10.48}$$

Поскольку ψ_0 является решением уравнения (44) при $n_1 = 0$, т.е.

$$(\nabla\psi_0)^2 - i\nabla^2\psi_0 - k_0^2 = 0, \tag{10.49}$$

получаем уравнение для функции ψ_1:

$$(\nabla\psi_1)^2 - i\nabla^2\psi_1 + 2\left(\nabla\psi_0\nabla\psi_1 - i\nabla^2\psi_0\nabla^2\psi_1\right) = 2k_0^2 n_1. \tag{10.50}$$

Для плавных возмущений можно пренебречь членами порядка $(\frac{\nabla\psi_1}{k_0})^2$ как квадратами малой величины. Замечая, что из (46) следует

$$\nabla\psi_0 = \frac{\partial\psi_0}{\partial z} = k_0, \tag{10.51}$$

находим:

$$2k_0\nabla\psi_1 - i\nabla^2\psi_1 = 2k_0^2 n_1. \tag{10.52}$$

Решение (52) будем искать в виде:

$$\psi_1 = \exp(-ikz)W(x, y, z), \tag{10.53}$$

где функция $W(x, y, z)$ – медленно меняющаяся функция координат x, y, z.

Определив отсюда $\frac{\partial\psi_1}{\partial z}, \nabla\psi_1$ и $\nabla^2\psi_1$ и подставляя их в (50), получаем:

$$-2ik_0^2 W - i\nabla^2 W + ik_0^2 W = 2ik_0^2 n_1 \exp(ik_0 z) \tag{10.54}$$

или

$$\nabla^2 W + k_0^2 W = 2k_0^2 n_1 i \exp(ik_0 z). \tag{10.55}$$

Решение уравнения (55) ищется по аналогии с решением уравнения (30). Объединяя это решение с формулой (53), получаем для ψ_1 следующее выражение:

$$\psi_1 = -\frac{ik_0^2}{2\pi}\int_{2\pi}\frac{\exp\{ik_0[q-(z-z')]\}}{q}n_1(x',y',z')d\,\text{v}'. \qquad (10.56)$$

Оно позволит оценить характеристики флуктуаций.

10-3. Флуктуации уровня и фазы

Амплитудно-фазовые флуктуации в случайно-неоднородной среде принято описывать величиной ψ_1, характеризующей отклонение фазы световых колебаний от фазы плоской однородной волны, и величиной

$$\chi = \ln\frac{A_1(\vec{r})}{A_0}, \qquad (10.57)$$

определяющей флуктуации уровня сигнала.

Следует отметить, что χ отличается от флуктуаций амплитуды $(A-\langle A\rangle)/\langle A\rangle$, где $\langle A\rangle$ – средняя амплитуда. Величина χ отличается и от флуктуаций логарифма амплитуды $\ln A-\langle\ln A\rangle$. Однако при $\chi <<$ 1 можно приближенно считать $\chi\approx(A-A_0)/A_0$.

Выделим в выражении (56) действительную и мнимую части:

$$\psi_1 = \frac{k_0^2}{2\pi}\left[\int_V\frac{\sin\{k_0[q-(z-z')]\}}{q}n_1dV' - i\frac{\cos\{k_0[q-(z-z')]\}}{q}n_1dV'\right]. \qquad (10.58)$$

Отсюда на основании (42) находим:

$$\varphi_1(r) = \frac{k_0^2}{2\pi}\int_V\frac{\sin\{k_0[q-(z-z')]\}}{q}n_1dV', \qquad (10.59)$$

$$\chi = \frac{k_0^2}{2\pi}\int_V\frac{\cos\{k_0[q-(z-z')]\}}{q}n_1dV'. \qquad (10.60)$$

Эти формулы выражают флуктуации фазы и уровня в среде со случайными неоднородностями. Они справедливы приближенно при упомянутом выше условии:

$$\left(\frac{\nabla\psi_1}{k_0^2}\right)^2 << n_1,$$

которое, учитывая статистический характер величины n_1, запишем в виде:

$$\frac{1}{k_0\sqrt{\langle n_1{}^2\rangle}}|\nabla\psi_1| << 1. \qquad (10.61)$$

Это неравенство эквивалентно соотношениям:

$$\frac{1}{k_0\sqrt{\left\langle {n_1}^2 \right\rangle}}\left|\nabla \ln \frac{A}{A_0}\right| << 1.$$

$$\frac{1}{k_0\sqrt{{n_1}^2}}\left|\nabla \varphi_1\right| << 1. \qquad (10.62)$$

Первое соотношение справедливо, если рассеяние мало на расстояниях порядка длины волны, т.е. уровень сигнала на этих расстояниях сохраняется почти постоянным.

Второе неравенство требует малости изменения угла отклонения луча от первоначального направления. Поскольку $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$, получаем:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(\varphi_0 + \varphi_1) = \frac{\partial}{\partial x}(\kappa_0 \mathrm{z} + \varphi_1) = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}. \qquad (10.63)$$

Аналогично,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial y},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = k_0 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z}. \qquad (10.64)$$

Следовательно,

$$\left|\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}\right| << k, \left|\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}\right| << k, \left|\frac{\partial \varphi_1}{\partial z}\right| \sim k,$$

то есть все поперечные компоненты градиента фазы малы по сравнению с продольной составляющей. Иными словами, угол отклонения луча от первоначального направления мал.

Первое из условий (62) в реальных случаях земной атмосферы выполняется во всех случаях, когда флуктуации показателя преломления малы.

Второе условие осуществимо в тех случаях, когда размеры неоднородностей велики по сравнению с длиной волны, поскольку мелкомасштабные неоднородности создают изотропное рассеяние, а крупные переизлучают в пределах узкого конуса в направлении распространения. Угол раствора конуса пропорционален $1/ka$. При этом отклонение луча от первоначального направления будет малым, если амплитуда рассеянной волны значительно меньше амплитуды падающей волны.

Для волн оптического диапазона тропосферные неоднородности представляют неоднородности больших размеров. Это означает, что полученные выше результаты служат важной теоретической основой исследования вариаций поля оптической волны, распространяющейся в реальных условиях вблизи земной поверхности.

Учитывая малость углов отклонения от направления волны, падающей на среду с неоднородностями, можно считать, что в формулах (59) и (60)

$$\left|z - z'\right| >> d,$$

где

$$d = \sqrt{\left(x - x'\right)^2 + \left(y - y'\right)^2}.$$

Используя разложение (35), запишем:

$$q = \left(z - z'\right) + \frac{d^2}{2\left(z - z'\right)};$$
$$\frac{1}{q} = \frac{1}{z - z'}. \qquad (10.65)$$

Таким образом, получаем выражения для флуктуаций уровня и фазы в малоугловом приближении:

$$\varphi_1 = \frac{k_0^2}{2\pi} \int_V \frac{\sin \frac{k_0 d^2}{2(z - z')}}{z - z'} n_1 dV', \qquad (10.66)$$

$$\chi = \frac{k_0^2}{2\pi} \int_V \frac{\cos \frac{k_0 d^2}{2(z - z')}}{z - z'} n_1 dV'. \qquad (10.67)$$

Эти формулы позволяют найти основные статистические параметры, характеризующие вариации уровня и фазы волны, распространяющейся в среде со случайными неоднородностями.

Пусть прием ведется в точке $z = z_0$. Найдем средние квадраты случайных величин φ_1 и χ:

$$\left\langle \varphi_1^2 \right\rangle = \frac{k_0^4}{4\pi^2} \int_V \int_V \frac{\sin \frac{k_0 d_1^2}{2(z_0 - z_1')}}{z_0 - z_1'} \frac{\sin \frac{k_0 d_2^2}{2(z_0 - z_2')}}{z_0 - z_2'} \left\langle n_1^2 \right\rangle B_{nn}(r'_1, r'_2) dV_1' dV_2', \qquad (10.68)$$

$$\left\langle \chi^2 \right\rangle = \frac{k_0^4}{4\pi^2} \int_V \int_V \frac{\cos \frac{k_0 d_1^2}{2(z_0 - z_1')}}{z_0 - z_1'} \frac{\cos \frac{k_0 d_2^2}{2(z_0 - z_2')}}{z_0 - z_2'} \left\langle n_1^2 \right\rangle B_{nn}(r'_1, r'_2) dV_1' dV_2', \qquad (10.69)$$

где $B_{nn}(\vec{r}'_1, \vec{r}'_2)$ – коэффициент корреляции случайных изменений n_1, равный

$$B_{nn}(\vec{r}'_1, \vec{r}'_2) = \left\langle n_1(\vec{r}'_1) n_1(\vec{r}'_2) \right\rangle \Big/ \left\langle n_1^2 \right\rangle. \qquad (10.70)$$

Как свидетельствуют соотношения (68) и (69), средние квадраты флуктуаций фазы и уровня определяются видом корреляционной функции флуктуаций показателя преломления. Последняя в свою очередь зависит от конкретных свойств среды распространения.

При практическом использовании результатов, полученных методом плавных возмущений, отметим, что с точки зрения сделанных при его обосновании допущений он применим лишь для малых флуктуаций уровня и фазы ($<\chi^2> << 1, <\varphi_1^2> << 1$). Однако рядом исследователей установлено, что указанные условия следует рассматривать как достаточные, но не необходимые. Было показано, что в части, относящейся к флуктуациям фазы, метод справедлив практически для любой наблюдаемой в эксперименте величины фазовых флуктуаций. Что же касается флуктуаций уровня, то метод дает заметные ошибки при $<\chi^2> \geq 0.7$. Таким образом, метод плавных возмущений позволяет осуществлять оценки в весьма широком диапазоне амплитудно-фазовых флуктуаций.

10-4. Характеристики излучения в случайно-неоднородной среде с гауссовой функцией корреляции

Вычисление интегралов (68) и (69) можно осуществить аналитическим путем и сделать ряд заключений, не конкретизируя вид функции $B_{nn}(\vec{r}'_1, \vec{r}'_2)$ или взяв для нее некоторую аппроксимирующую кривую. Не приводя подробных вычислений, сформулируем основные теоретические выводы, вытекающие из конечных соотношений для неоднородностей, характерные линейные размеры которых а значительно превышают длину волны, т.е. $ka >> 1$.

Функция корреляции $B_{nn}(\vec{r}'_1, \vec{r}'_2)$ может быть аппроксимирована кривой Гаусса, достаточно хорошо отражающей часто встречающиеся реальные условия:

$$B_{nn}(r'_1, r'_2) = \left\langle n_1^2 \right\rangle \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2 + z'^2}{a^2} \right). \qquad (10.71)$$

Несложно получить асимптотические соотношения для дисперсий флуктуаций уровня и фазы для двух значений величины D, называемой волновым параметром:

$$D = \frac{4z}{k_0 a^2} = \frac{2z\lambda}{\pi a^2} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{r_0}{a}\right)^2, \qquad (10.72)$$

где $r_0 = \sqrt{\lambda z}$ – радиус первой зоны Френеля.

Если $D >> 1$, то

$$\left\langle \varphi_1^2 \right\rangle \approx \left\langle \chi^2 \right\rangle \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} < n_1^2 > k_0^2 z a, \qquad (10.73)$$

т.е. флуктуации уровня и фазы одинаковы и растут пропорционально расстоянию до точки приема z.

Если $D << 1$, то

$$\left\langle \varphi_1^2 \right\rangle \approx \sqrt{\pi} \left\langle n_1^2 \right\rangle k_0^2 za,$$

$$\left\langle \chi^2 \right\rangle \approx \frac{8}{3} \sqrt{\pi} \left\langle n_1^2 \right\rangle \frac{z^3}{a^3}. \qquad (10.74)$$

Средний квадрат случайных вариаций фазы растет в этом случае пропорционально расстоянию, а средний квадрат вариаций уровня – пропорционально кубу расстояния. Это объясняется тем, что при малых значениях волнового параметра средний размер неоднородностей больше первой зоны Френеля:

$$a > r_0. \qquad (10.75)$$

Следовательно, отклонения показателя преломления в пределах зоны Френеля имеют один знак. Волны, рассеиваемые отдельными элементами объема, приходят в точку приема в фазе. Флуктуации амплитуды вследствие этого быстро возрастают с увеличением расстояния z (пропорционально z^3). В случае малых по сравнению с зоной Френеля неоднородностей область, формирующая рассеянный сигнал, содержит большое число элементов как с положительными, так и с отрицательными отклонениями показателя преломления от среднего. В результате далеко не все волны, создаваемые отдельными элементами рассеивающего объема, приходят в точку приема в одной или мало отличающихся фазах. Это приводит к их частичной компенсации, в силу чего рост флуктуаций с расстоянием происходит сравнительно медленно (пропорционально расстоянию в первой степени, согласно (73)).

Не менее важными, а в большинстве случаев особенно существенными статистическими характеристиками случайных вариаций уровня и фазы электромагнитных волн, распространяющихся в атмосфере, служат функции корреляции, представляющие количественную оценку связи одной флуктуирующей величины с другой или двух ее разнесенных во времени или пространстве значений.

Функции корреляции для вариаций фазы или уровня в разных точках пространства, а также взаимная корреляция между уровнем и фазой могут быть вычислены из соотношений (66) и (67) как среднее значение произведения двух соответствующих величин.

Приведем конечный результат этого вычисления для пространственной функции корреляции флуктуаций показателя преломления в виде кривой Гаусса.

Для больших значений волнового параметра, то есть для типичных трасс УКВ в пределах прямой видимости, из (66) и (67) можно получить:

$$\left\langle \chi_1 \chi_2 \right\rangle = \left\langle \varphi_1 \varphi_2 \right\rangle. \qquad (10.76)$$

Если ввести дополнительное предположение

$$|z_1'-z_2'| >> a, \qquad (10.77)$$

то вычисления пространственного коэффициента корреляции между величиной фазы или уровня в двух точках, разнесенных вдоль трассы, приводят к следующим соотношениям:

$$\frac{\langle \chi_1 \chi_2 \rangle}{\langle \chi_1^2 \rangle} = \frac{\langle \varphi_1 \varphi_2 \rangle}{\langle \varphi^2 \rangle} = \frac{1}{1+\left[\dfrac{2(z_1'-z_2')}{k_0 a^2}\right]^2}. \qquad (10.78)$$

Отсюда легко найти так называемый радиус (или интервал) корреляции, определяемый как расстояние $(z_1'-z'_2) = \rho_0$, на котором коэффициент корреляции между случайными величинами принимает значение 0,5 (иногда рассматривают значение $1/e$).

Из (78) тогда получаем:

$$\rho_{0II\chi} = \rho_{0II\varphi} = \frac{k_0 a^2}{2} = \frac{\pi a^2}{\lambda}. \qquad (10.79)$$

Это соотношение показывает, что интервал продольной корреляции уровня и фазы в рассматриваемом случае (больших D), когда $a >> \lambda$, значительно превышает интервал корреляции флуктуаций показателя преломления, определяемый размером неоднородностей *a*.

Из формул (66) и (67) можно получить значения коэффициентов корреляции, то есть найти статистическую связь между флуктуациями уровня и фазы в двух точках, разнесенных перпендикулярно трассе. Результаты этого расчета приведены на рис. 36 для малых ($D << 1$) (*а*) и больших ($D >> 1$) (*б*) значений волнового параметра. По оси абсцисс отложено отношение базы разнесения ρ приемных точек к размеру a , а по оси ординат – значения коэффициента корреляции. Кривая 1 характеризует флуктуации уровня, кривая 2 – фазы. На рис. 36,*б* обозначен ход коэффициента корреляции флуктуаций показателя преломления. На рис. 36, *а* кривые корреляции фазы и показателя преломления совпадают.

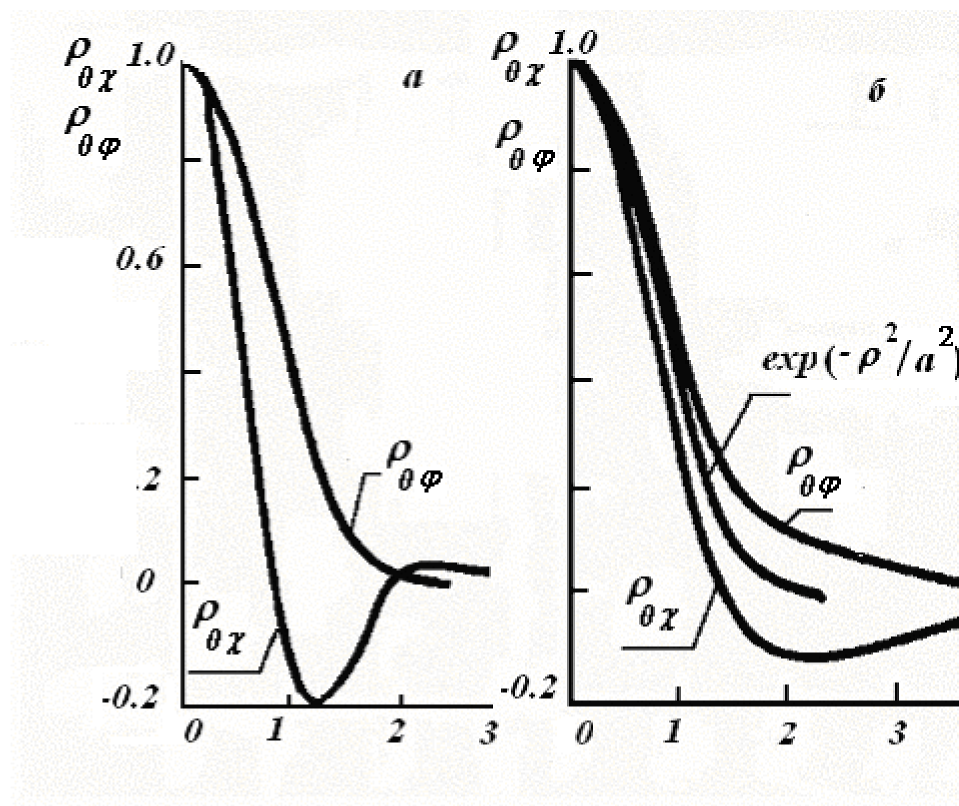


Рис. 36. Коэффициенты поперечной корреляции фазы и амплитуды в сравнении с коэффициентом корреляции показателя преломления для больших (*а*) и малых (*б*) значений волнового параметра.

Приведенные данные свидетельствуют, что при $D \ll 1$ кривая коэффициента корреляции уровня несколько отличается от совпадающих кривых, относящихся к фазе и показателю преломления, но и в этом случае интервалы корреляции всех кривых приблизительно одинаковы. При $D \gg 1$ интервал поперечной корреляции как уровня, так и фазы близок к интервалу поперечной корреляции вариаций показателя преломления в среде. Сравнивая с продольной корреляцией, то есть соотношением (79), заключаем, что пространственные функции корреляции уровня и фазы поля волны при $D \gg 1$ анизотропны даже при изотропном характере флуктуаций показателя преломления.

11. СИЛЬНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ. ДИСЛОКАЦИИ ФАЗЫ

11-1. Понятие о сильных флуктуациях. Основы теоретического описания

С точки зрения проверки правильности теоретических представлений о свойствах атмосферы и процессах ее взаимодействия с излучением целесообразнее использовать данные, полученные на горизонтальных радио- и оптических трассах, располагающихся вдали от индустриальных центров на небольших высотах над гладкой подстилающей поверхностью. Это позволяет обеспечить как надежный контроль метеопараметров вдоль трассы на различных высотах, так и получение характеристик излучения на разных расстояниях от источника излучения. При этом сводятся к минимуму трудно учитываемые возмущения в состоянии атмосферы, связанные с влиянием антропогенных факторов и нестационарностью гидродинамических процессов в среде. Программные средства в настоящее время позволяют осуществлять быстрый расчет таких стандартных для статистического анализа параметров излучения, как средние значения, дисперсии, корреляционные параметры, энергетические спектры и т.д. Наряду с указанной стандартной процедурой обработки, получил распространение ряд новых методов статистического анализа сигналов. К ним, в первую очередь, следует отнести проведение вейвлет-анализа и фрактального анализа.

Особый интерес представляют в настоящее время методы исследования флуктуаций, которые нельзя считать слабыми.

Усиление флуктуаций показателя преломления или увеличение длины случайно-неоднородной трассы приводят к тому, что условие малости флуктуаций перестает выполняться, вследствие чего неприменимыми становятся методы малых и плавных возмущений. В этих ситуациях относительная дисперсия флуктуаций оказывается достаточно большой, превосходя значение $\gamma^2 \le 0.5$, ограничивающее область слабых флуктуаций.

В таких случаях принято говорить о “сильных” флуктуациях. Для анализа сильных флуктуаций в настоящее время разработан целый ряд методов, весьма сложных с точки зрения используемого математического аппарата.

Описание сильных флуктуаций проводят на основе подхода, предполагающего вывод и решение уравнений для статистических моментов комплексной амплитуды поля (функций когерентности). Наибольший интерес представляют функции когерентности второго порядка:

$$\Gamma_2(z,\rho_1,\rho_2)=\left\langle A(z,\vec{\rho}_1)A^*(z,\vec{\rho}_2)\right\rangle \qquad (11.1)$$

и четвертого порядка:

$$\Gamma_4(z,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2,\vec{\rho}_3,\vec{\rho}_4)=\left\langle A(z,\vec{\rho}_1)A(z,\vec{\rho}_2)A^*(z,\vec{\rho}_3)A^*(z,\vec{\rho}_4)\right\rangle. \qquad (11.2)$$

Через них выражается средняя интенсивность волны, степень когерентности, дисперсия флуктуаций интенсивности и коэффициент пространственной корреляции. В этих соотношениях комплексная амплитуда *A* характеризует электромагнитные колебания

$$U(\vec{r},t) = A(\vec{r}) exp\left[i(k_0 z - \omega t)\right], \qquad (11.3)$$

ρ – составляющая вектора *r*, лежащая в поперечной плоскости волны, распространяющейся вдоль оси *z*.

Амплитуда *A* удовлетворяет записанному раньше волновому уравнению, а использованное малоугловое приближение, предполагающее рассеяние волны под малыми углами, позволяет считать

$$\left| k\frac{\partial A}{\partial z} \right| >> \left| \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right|. \qquad (11.4)$$

Возникает возможность заменить оператор ∇^2 на оператор Лапласа, действующий по поперечным координатам

$$\nabla_\perp^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \qquad (11.5)$$

в результате чего волновое уравнение приобретает параболический вид:

$$2ik\frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} + \nabla_\perp^2 A(\vec{r}) + 2k^2 n_1(\vec{r}) A(\vec{r}) = 0. \qquad (11.6)$$

Полученное уравнение является исходным для нахождения функций когерентности. Анализ получающихся на его основе решений проводится с использованием марковского приближения, основанного на предположении о дельта-коррелированности флуктуаций показателя преломления n_1 в направлении распространения волны. Иначе говоря, неоднородности показателя преломления в этом направлении представлены дисками, ориентированными перпендикулярно направлению распространения. Математически это предположение можно представить в виде:

$$B_{nn}(z,\vec{\rho},z',\vec{\rho}') = \langle n_1(z,\vec{\rho}) n_1(z',\vec{\rho}') \rangle = \delta(z - z') B_{nn\perp}(\vec{\rho} - \vec{\rho}'). \qquad (11.7)$$

Здесь $B_{nn}(z,\vec{\rho},z',\vec{\rho}')$ – функция корреляции флуктуаций показателя преломления, $B_{nn\perp}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')$функция корреляции флуктуаций показателя преломления в поперечной плоскости, δ – дельта-функция.

Физически такое представление основывается на том, что, в отличие от корреляции показателя преломления в поперечном направлении, его продольная корреляция оказывает лишь малое влияние на флуктуационные характеристики поля. Как результат, корреляция амплитудных флуктуаций в продольном направлении оказывается в большинстве практических случаев существенно больше размеров неоднородностей.

Путем преобразований получаем:

$$\Gamma_2(z,\vec{\rho}) = \exp\left\{\frac{1}{2}D_\psi(z,\vec{\rho})\right\}. \qquad (11.8)$$

В этом выражении

$$D_\psi(z,\vec{\rho}) = 8\pi^2 k^2 z \int_0^\infty [1 - J_0(\kappa\rho)]\Phi_n(\kappa)\kappa d\kappa. \qquad (11.9)$$

Таким образом, функция когерентности экспоненциально убывает с увеличением расстояния z, проходимого волной в случайно-неоднородной среде. Показатель экспоненты определяется величиной структурной функции комплексной фазы.

Используя параболическое приближение, можно получить уравнение и для функции когерентности четвертого порядка.

Метод позволяет рассчитать второй и четвертый моменты. При этом существует возможность представления некоторых важных физических зависимостей в аналитическом виде. Применимость метода ограничивается двумя условиями: узкой направленностью диаграммы рассеяния неоднородностей в направлении распространения и пренебрежимо малым уровнем рассеяния мощности поля на расстояниях порядка длины волны.

Рассмотрим выводы, касающиеся уширения пучка, на примере оптического излучения.

Если излучение проходит через апертуру диаметром d , в однородной среде угловая ширина пучка в дальней зоне по порядку величины равна λ/d.

С появлением неоднородностей возникает рассеяние волн, приводящее к уширению пучка. Если рассматривать освещаемую пучком область в дальней зоне, обнаружатся флуктуации освещенности, вызываемые неоднородностями среды. Общая картина распределения освещенности при сравнительно слабых неоднородностях зависит от того, какую экспозицию мы выбираем.

В случае короткой экспозиции освещенная область, уширенная по сравнению с областью в однородной среде, представляет пятно, смещенное как целое от его центра в результате действия присутствующих на трассе крупных неоднородностей. Движение этих крупных неоднородностей перемещает пятно, и оно занимает ряд последовательных положений, создавая при усреднении за длительный период более обширную зону освещенности.

Даже при моментальном фиксировании поперечное сечение пучка представляет хаотическое чередование тёмных и светлых участков. При длительной экспозиции освещенная область имеет практически те же размеры, что и при слабой турбулентности, но отличается большей размытостью границ.

Развитая теория позволяет подойти к этому явлению со стороны его количественного анализа путем введения понятия «центра тяжести» пучка:

$$r_c = \frac{\int\int\limits_{-\infty}^{\infty} \langle (EE^*) \rangle r_\perp dr_\perp}{\int\int\limits_{-\infty}^{\infty} \langle (EE^*) \rangle dr_\perp}. \qquad (11.10)$$

Средний квадрат отклонений «центра тяжести» запишется в виде:

$$r_c = \frac{\int\int\limits_{-\infty}^{\infty} dr_{\perp 1} \int\int\limits_{-\infty}^{\infty} dr_{\perp 2} (dr_{\perp 1} dr_{\perp 2}) \Gamma_4}{\left[\int\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Gamma_4 dr_\perp \right]^2}. \qquad (11.11)$$

Анализ показывает, что при радиусах корреляции неоднородностей показателя преломления, значительно меньших радиуса пучка *d,* –

$$d > r_0$$

– блуждания центра тяжести пучка подчиняются нормальному распределению. Если радиус корреляции неоднородностей велик, –

$$d \ll r_0 \text{ –}$$

случайные отклонения пучка малы. При больших длинах трасс возможно расщепление пучка, однако достаточно полного анализа этого явления не проведено.

В условиях сильных флуктуаций некоторый успех достигнут лишь для частных случаев (гауссов спектр, плоская волна и др.) Получено выражение для дисперсии флуктуаций интенсивности, хорошо согласующееся с экспериментальными данными:

$$\sigma_I^2 = 1 + \frac{0.99}{\left(\beta^2\right)^{2/5}}. \qquad (11.12)$$

Определенный в соответствии с выводами такой теории для гауссова пучка радиус корреляции оказывается значительно меньше радиуса зоны Френеля:

$$r_0 \approx \frac{0.36\sqrt{\lambda L}}{\left(\beta^2\right)^{3/5}}. \qquad (11.13)$$

В случае сильной турбулентности флуктуационные характеристики ограниченного пучка и плоской волны совпадают.

В условиях слабой турбулентности апертура оказывает сглаживающее действие, когда её размер достигает радиуса зоны Френеля или превосходит её. В случае сильной турбулентности критерием служит величина

$$0.36\sqrt{\lambda L}\left(\beta^2\right)^{-3/5}, \quad \beta^2 >> 1. \qquad (11.14)$$

Усиление турбулентности среды не приводит к существенному увеличению флуктуаций углов прихода.

11-2. Дислокации фазы

В условиях сильных флуктуаций возмущения волнового фронта велики. Возмущения поверхности равных фаз вызывают отклонения локальных нормалей к волновому фронту от первоначального направления распространения волны. Вследствие того, что в отдельных участках изгибы волнового фронта значительны, нормали к волновому фронту пересекаются, вызывая интерференцию различных участков волнового фронта в плоскости наблюдения. Интерференция, в свою очередь, приводит к глубокой хаотической модуляции распределения амплитуды и фазы, в результате которой это распределение приобретает вид многочисленных хаотически расположенных имеющих неправильную форму пятен – спеклов. При этом на границах спеклов возникают точки (линии) с нулевым значением амплитуды, вокруг которых происходят завихрения волнового поля.

Такие эффекты характерны для условий прохождения электромагнитными волнами больших расстояний в атмосфере.

Эти особые точки сходны с известными в физике твердого тела двумерными дефектами кристаллической решетки – винтовыми дислокациями, – и имеют то же название. В самой особой точке амплитуда обращается в нуль, а значение фазы не определено, поскольку скорость азимутального вращения фазы обращается в бесконечность. При математическом описании такой особенности говорят о наличии сингулярности. Основное свойство винтовой дислокации состоит в том, что при обходе вокруг нее фаза меняется на 2π.

В окрестности винтовой дислокации амплитуду электромагнитных колебаний традиционно записывают в виде

$$U = Cr\exp(\pm i\alpha)\,. \qquad (11.15)$$

Здесь C – произвольная константа, r – расстояние от дислокации, α – азимутальный угол. Согласно этой форме функция, характеризующая распределение фазы в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка, входит в мнимый показатель экспоненты. То, что в данном случае эта функция представлена в виде одного множителя α, свидетельствует о равномерном по азимуту распределении фазы. Эти характеристики относятся к винтовым дислокациям первого порядка, азимутальное изменение фазы в окрестности которых составляет 2π. Однако физически представляется возможным формирование дислокаций и более высоких порядков. Скорость азимутального вращения фазы у них выше и изменение фазы за полный обход по азимуту равно $2\pi\ell$, где целое число ℓ определяет порядок дислокации и называется топологическим зарядом.

Для описания дислокаций более высоких порядков используется соотношение:

$$U = Cr\exp(\pm i\ell\alpha). \qquad (11.17)$$

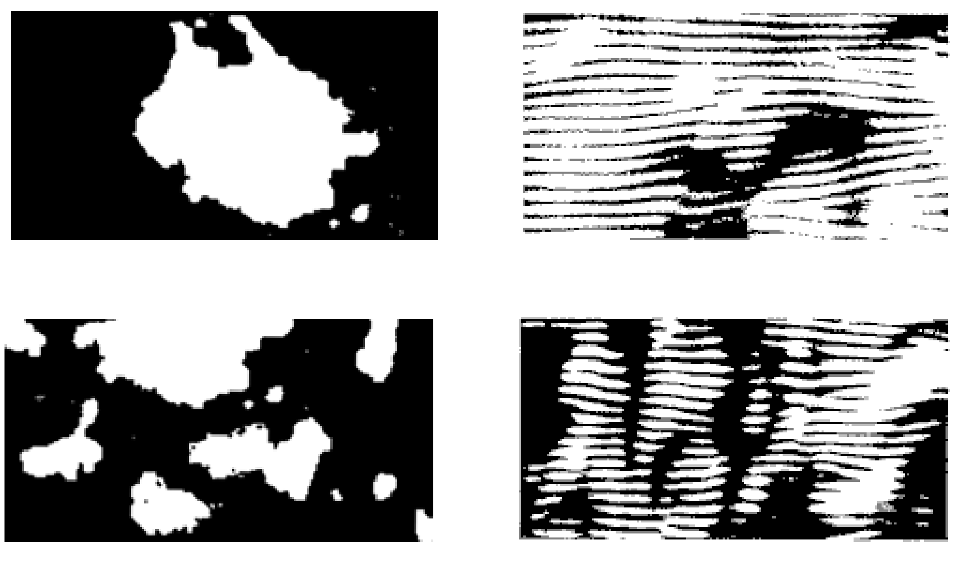


Рис. 37. Распределения интенсивности и картины интерференционных полос в условиях слабой (вверху) и сильной (внизу) турбулентности.

Образование *ВД* на волновом фронте – эффект чисто фазовый, поэтому единственным способом его надежного наблюдения является способ, основанный на использовании интерферометрической информации, в частности, на регистрации структуры интерференции исследуемого поля с плоской или сферической однородными волнами. Если при этом дислокация смещена относительно оси опорной сферической волны, структура интерферограмм меняется: в ней появляется одна дополнительная полоса (в случае интерферограмм первого порядка), две – второго и т. д. Характерный пример распределения интенсивности света в пучке и характерные интерференционные картины представлены на рис. 37 для случая слабых (верхний ряд) и сильных (нижний ряд) флуктуаций.

Отметим, что оценка числа дислокаций в поперечном сечении пучка позволяет оценить структурную характеристику флуктуаций показателя преломления, то есть судить о степени турбулентной возмущенности трассы. Можно показать, что

$$C_n^2 = \left(\frac{N}{a^2}\right)^{5/6} \left(k^2 L\right)^{-1},$$

откуда число винтовых дислокаций на единице площади определится соотношением:

$$N = a^2 \left(C_n^2 k^2 L\right)^{6/5}.$$

Здесь a – радиус пучка, k- волновое число, L – длина трассы.

11-3. Использование узких коллимированных пучков для оценки турбулентного состояния атмосферы

Недавно при проведении экспериментов с распространением лазерных пучков было обнаружено явление перемежаемости. Состоит оно в том, что в одних и тех же условиях на трассе, а точнее, через интервалы времени, в течение которых состояние среды не может успеть кардинально измениться, характер распределения интенсивности в поперечном сечении пучка скачкообразно меняется, переходя от слабо возмущенного, характерного для условий слабо развитой турбулентности, к сильно стохастизированному состоянию, которое характерно для условий сильной турбулентности.

Пусть мы работаем с узким коллимированным пучком

$$L / F = 0, \Omega = \frac{ka^2}{L} \sim 1. \qquad (11.17)$$

Такой пучок имеет минимальный дифракционный размер и наиболее чутко реагирует на изменения внутреннего масштаба турбулентности, происходящие внутри его среднего поперечного размера. Пусть $2a$ – обобщенный дифракционный диаметр пучка.

Если $\ell_0 >> a,$ турбулентное уширение оказывается незначительным. Одновременно турбулентность приводит к существенным случайным смещениям центра тяжести пучка. Средний квадрат смещений центра тяжести при этом определяется выражением:

$$\sigma_{цт}^2 = 2.19 C_n^2 \ell_0^{-1/3} L^3, \qquad (11.18)$$

а относительная дисперсия флуктуаций логарифма интенсивности – выражением

$$\sigma_{\ln I}^2 = 3.2 C_n^2 L^3 \ell_0^{-7/3}. \qquad (11.9)$$

Если $\ell_0 << a$, турбулентное уширение оказывается значительным, а дисперсия флуктуаций логарифма интенсивности оказывается близка к единице. При этом эффективный размер узкого коллимированного пучка, определяемый дифракционным и турбулентным уширением, определяется соотношением:

$$D = 2a\left[g^2 + 0.46\left(2.8\beta^2\right)^{6/5}\right]^{1/2}.$$

Величина

$$\beta^2 \approx 1.24 C_n^2 k^{-7/6} L^{11/6} \qquad (11.21)$$

характеризует степень развития турбулентности, а

$$g = 1 + \Omega^2 \left(1 - \frac{L}{F}\right)^2 \qquad (11.22)$$

– обобщенный дифракционный параметр пучка.

Средний квадрат смещений пучка в случае его турбулентного уширения определяется соотношением:

$$\sigma_{цт}^2 = 1.54 a^2 \left(2.8\beta^2\right)^{4/5} - 1.79 a^2 \left(2.8\beta^2\right)^{5/8}, \qquad (11.23)$$

а радиус корреляции определяется степенью турбулентности и радиусом пространственной когерентности поля плоской волны.

Переход к стохастическому состоянию характеризуется резким уменьшением (почти на порядок) радиуса корреляции флуктуаций интенсивности и заметным турбулентным уширением пучка.

При наблюдениях с широким пучком наблюдать эффект стохастизации излучения, а следовательно, и эффект перемежаемости атмосферной турбулентности, не представляется возможным. Следует отметить, что эффект этот известен специалистам, занимающимся приземным слоем атмосферы. Однако детальному исследованию он подвергнут не был.

12. ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОСТИ ВОЛН МЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА НАД ПЕРЕСЕЧЕННОЙ МЕСТНОСТЬЮ

12-1. Основные положения

Остановимся кратко на анализе еще одного случая, связанного с распространением волн метрового диапазона над пересеченной местностью, который в настоящее время представляется достаточно актуальным. В системах УКВ радиосвязи с подвижными объектами связь осуществляется между базовой (*БС*) и мобильной (*МС*) станциями при непрерывном изменении условий радиосвязи. Поэтому произвести точный расчет дальности связи не представляется возможным и приходится исходить из средних значений параметров, влияющих на качество связи.

В основу расчета, как правило, кладутся данные статистической обработки большого количества измерений, проведенных в реальных условиях. Расчет ожидаемой дальности действия системы УКВ радиосвязи с подвижными объектами в основном сводится к вычислению величины необходимой в точке приема напряженности поля полезного сигнала и определению по известным графикам соответствующей этой величине дальности связи для заданной высоты установки антенны. Стандартом при этом служат эмпирические графики Окамуры, позволяющие определить медианное значение сигнала в условиях статистически однородного города с учетом некоторых его особенностей.

Неоднократно предпринимавшиеся попытки получить адекватные аналитические выражения, привели к разработке модели и формул для расчета потерь передачи по соотношениям для свободного пространства с учетом городской застройки. В частности, для квазиплоского города, когда дифракционные потери равны нулю, потери распространения над плоской землей могут быть вычислены по формуле, соответствующей квадратичной формуле Введенского:

$$L_P = 120 - 20\lg h_M - 20\lg H_B + 40\lg R, \qquad (12.1)$$

где h_M и H_B – высоты антенн базовой и мобильной станций в м, R – расстояние между ними в км.

Расчеты по этим формулам дают достаточно хорошее совпадение с результатами Окамуры. Существуют и другие модели, однако область их применения менее широка.

Кроме чисто эмпирических, имеются статистические модели, вывод которых основывается на аналитическом подходе.

Наряду со статистическими используются и детерминистические подходы к определению поля в городских условиях. Они позволяют снизить величины дисперсии прогнозируемых величин путем более точного учета особенностей конкретных трасс, в частности, планировки района, рельефа местности и т. п. Однако полностью детерминистский метод расчета поля

неосуществим не только из-за очень большого объема вычислений, но и из-за невозможности, даже в приближении физической оптики или геометрической теории дифракции, априорно задать с достаточной точностью некоторые эквивалентные коэффициенты отражения от всех встречающихся в городской застройке типов зданий, с учетом неоднородности поверхности стен и сложной конфигурации.

Поэтому наиболее приемлемым представляется использование комплексного подхода к расчету радиополей. Суть его сводится к следующему. Влияние всего дальнего окружения, полный учет которого детерминистским методом принципиально невозможен, оценивается статистическим, а влияние ближних препятствий, определяющих зоны тени, – детерминистским методом. Подобный подход позволяет существенно уменьшить ошибки расчета, свойственные чисто детерминистским подходам. Для сокращения необходимого объема вычислений при расчете поля (в том числе, и теневых зон) в исследуемом районе учитываются только здания, находящиеся в пределах этого района. Указанные ошибки особенно велики для низко расположенных точек наблюдения и в большей степени проявляются в тех точках района, которые находятся на максимальном расстоянии от *БС*. Дело в том, что для низко расположенных точек резко возрастает вероятность прихода волн с направления, противоположного направлению на *БС*, и близких к нему, но именно эти отражения при расчете и игнорируются.

Полученные расчетные данные свидетельствуют, что зоны глубокой радиотени проявляются достаточно редко, даже при условии однократного отражения. Их возникновения можно ожидать, как правило, только в районах с традиционным типом городской застройки. Современная застройка, даже при большой плотности, обычно не вызывает появления глубоких радиотеней. Разработанный метод наиболее адекватен для плотной застройки и точек наблюдения, удаленных от *БС*, где проблема появления локальных радиотеней наиболее актуальна. Наличие или отсутствие теней внутри «двора» определяется, в основном, возможностью просачивания энергии сквозь просветы, (даже достаточно узкие) между зданиями независимо от их размеров.

Для определения медианного значения уровня сигнала *БС* сетей подвижной радиосвязи (*ПРС*) в городских условиях рекомендована модель Уолфиш - Икегами, которая является сочетанием методов 2*D* и 3*D* (для первого метода профиль трассы представляет плоскую картину, для второго рассматривают или объем первой зоны Френеля, или объем, позволяющий учесть возможность прихода сигнала в точку приема по многим путям – «трассовая многолучевость»). Собственно метод Уолфиш обеспечивает расчет двумерной картины и учитывает такие механизмы распространения на трассе, как дифракция поля на зданиях, аппроксимированных эквидистантной решеткой (влияние трассы), дифракция поля на кромке последнего здания на трассе и отражение поля от противоположного здания (влияние местных условий). Вклад Икегами в модель позволяет учесть возможность прихода

сигнала в точку приема несколькими путями с последующим сложением копий сигнала.

Большой город можно рассматривать как сильнопересеченную местность с характерными высотами 60 – 80 м при высоте расположения приемной и передающей антенн соответственно h=10 м и H≈200 м. Для таких условий получены простые соотношения, позволившие для расчета напряженности поля в условиях прямой видимости для плоской Земли использовать формулу вида:

$$E(R) = E_{св.пр.}(R)W(a), \qquad (12.2)$$

где $E_{св.пр.}(R)$ – напряженность электрического поля волны в свободном пространстве на заданном расстоянии R; $W(a)$ – множитель ослабления для горизонтальной и вертикальной поляризации; a – продольная по отношению к трассе полуось эллипса, образующегося при пересечении поверхности Земли с френелевским объемом. Множитель ослабления для волн горизонтальной и вертикальной поляризации будет зависеть от свойств почвы и эффектов рассеяния волн.

Для волн длиной порядка 1,4 м рассчитанные значения напряженности поля отличаются от экспериментальных данных на расстояниях, больших, чем линия горизонта, а для волн, длина которых много больше 3 м, совпадение с экспериментом хорошее и за линией горизонта.

12-2. Условия распространения УКВ в городе

При анализе условий распространения УКВ в городских условиях при различном положении приемной и передающей антенн подробно анализируются три случая.

12-2.1. *Высоко поднятые антенны*

Обе антенны возвышаются над городской застройкой. Этот случай имеет место, например, при телевизионном приеме передач местного телецентра на индивидуальные или коллективные антенны, устанавливаемые обычно на крышах или балконах зданий. В этом случае, если между приемной и передающей антенной существует прямая видимость, в точку приема приходят как минимум два луча – прямой луч и луч, отраженный от поверхности Земли. Поле в точке приема представляет суперпозицию этих лучей и зависит от амплитудных и фазовых соотношений между ними. При неблагоприятном стечении обстоятельств, когда отраженная волна окажется сравнимой по амплитуде и противофазной прямой волне, поле в точке приема будет значительно ослаблено вследствие взаимного гашения волн. Чтобы при этом не происходило нарушений связи, УКВ передатчики должны располагать значительным запасом мощности.

Если в этих условиях приемная антенна удалена от передающей на значительное расстояние r, превышающее $r_0 = \frac{18 h_1 h_2}{\lambda}$, напряженность поля в точке приема может быть вычислена ориентировочно согласно квадратичной формуле Введенского:

$$E = \frac{2.18\sqrt{PD}h_1 h_2}{\lambda r^2}, \qquad (12.3)$$

где P – мощность передатчика, *КВт*; D – коэффициент направленного действия передающей антенны; λ – длина волны в метрах; E – *мВ/м.*

Известно, что формирование отраженной волны происходит не в одной точке, а в пределах первой зоны Френеля. Если эта зона приходится на застроенную часть города, высоты передающей и приемной антенн следует отсчитывать не от поверхности Земли, а от среднего уровня крыш в районе отражения.

При отсутствии прямой видимости между антеннами волна в точку приема может попадать тремя путями: 1 – огибая препятствие; 2 – частично проникая сквозь стены зданий; 3 – отражаясь от другого здания, находящегося в стороне от линии прямой видимости.

Вкладом двух первых составляющих можно пренебречь, поскольку из-за малости длины волны УКВ слабо огибают препятствия. К тому же все крупные строения для УКВ практически непрозрачны.

Так, например, излучение на частоте 3 ГГц ослабляется на 12 дБ при прохождении через сухую кирпичную стену толщиной 23 см . На частоте 600 МГц напряженность поля за кирпичным зданием на 26 дБ ниже, чем перед ним. Для железобетонных зданий ослабление еще значительнее, от 35 дБ и выше.

Поэтому в зоне тени прием возможен только благодаря отражениям от других строений. Отраженные сигналы, которых может быть несколько, намного слабее прямого.

Внутри помещений распределение электромагнитного поля оказывается еще более сложным. По существу, любая комната может рассматриваться как резонатор, возбуждаемый через отверстия связи (окна, двери, вентиляционные люки и пр.). Внутри такого резонатора устанавливается стоячая волна. Положения пучностей стоячей волны зависят от частоты сигнала и могут меняться при перемещении внутри комнаты людей или передвижения мебели. Поэтому для проведения точных расчетов необходимо однозначное определение связи между конкретными характеристиками помещения и статистическими параметрами сигнала.

12-2.2. *Одна из антенн поднята высоко над Землей, другая располагается непосредственно у поверхности Земли*

Такая ситуация характерна для передачи сообщений на пейджер, связи мобильного сотового телефона с *БС*, в системах диспетчерской связи. В целом условия распространения УКВ во втором случае гораздо сложнее, а дальность связи меньше, чем в первом.

Результаты многочисленных измерений показывают, что до расстояний 10 – 15 км напряженность поля убывает обратно пропорционально кубу расстояния (в отличие от квадратичной формулы Введенского, справедливой для высоко поднятых антенн). На большем удалении от передатчика электромагнитное поле волны, распространяющейся в городе, убывает еще

сильнее. К примеру, для дециметрового диапазона ослабление поля в городской застройке по сравнению с полем в свободном пространстве может составлять 15 – 25 дБ, а на частоте 10 ГГц – 25 – 56 дБ.

Данные цифры характеризуют ослабление поля при обслуживании абонента вне помещения. Внутри помещений затухание сигнала будет еще значительнее. Поэтому даже внутри зоны покрытия не исключены случаи пропадания связи, например, при нахождении абонента в подвале с железобетонным покрытием. Естественно, не может быть и речи о связи с абонентом в поезде подземного метро. Но уже на эскалаторе прерванная связь восстанавливается. И объясняется это не каким-то особым качеством аппаратуры, а особенностями распространения УКВ. В наклонном железобетонном тоннеле УКВ распространяются так же легко и свободно, как микроволновое излучение внутри радиоволновода. Осуществление связи в поезде достигается путем установления большого количества базовых станций.

12-2.3. *Антенны располагаются на поверхности Земли*

Такая ситуация имеет место, например, при связи двух подвижных радиостанций. Этот случай – самый неблагоприятный с точки зрения распространения радиоволн и обеспечения надежной и устойчивой связи.

При низко расположенных антеннах, когда оба корреспондента находятся у поверхности Земли, в полной мере проявляется экранирующее влияние различных препятствий. На расстоянии 1 км в городе по сравнению со свободным пространством в диапазоне УКВ напряженность поля составляет от 20 до 60 дБ, а, начиная с расстояния в 1,5 км, убывает почти экспоненциально. Причем величина поля очень сильно зависит от ближайшего окружения пунктов передачи и приема – наличия рядом домов, автомобилей и даже деревьев.

12-3. Связь за счет боковой волны

Тем не менее, при низко расположенных антеннах связь на УКВ в городе возможна за счет так называемой боковой волны.

Боковая волна – это добавочная волна, которая помимо обычных отраженной и преломленной волн возникает и распространяется у границы раздела двух сред при падении на нее сферической волны, исходящей из точечного источника. Наличие боковой волны – характерная особенность преломления сферических волн.

Схема возникновения боковой волны показана на рис. 38. DE – фронт прямой сферической волны, исходящей из источника O. CD – фронт отраженной волны, которую можно также представить как исходящую из мнимого источника O'.

Рис. 38. Схема образования и распространения боковой волны.

В нижней среде будем иметь фронт *FG* преломленной волны, распространяющейся вдоль границы раздела со скоростью c_1, равной скорости распространения в нижней среде. В случае монохроматического излучения эта преломленная волна при своем распространении вдоль границы раздела создает на границе возмущение с пространственным периодом, равным λ_1 – длине волны в нижней среде. Это возмущение дает в верхней среде начало новой волне, фронт которой *CF* в плоскости чертежа является прямолинейным и наклонным по отношению к границе раздела на угол

$$\alpha = arcsin\frac{\lambda}{\lambda_1} = arcsin\, n\,. \qquad (12.4)$$

Это и есть боковая волна. В пространстве, вследствие симметрии картины относительно оси *z* ее фронт будет коническим. Верхний край фронта боковой волны в точке *C* сливается с фронтом отраженной волны. При продвижении от *F* к *C* амплитуда боковой волны возрастает.

Как свидетельствует рисунок, боковая волна существует в ограниченной части пространства. Можно показать, что в случае импульсного излучения боковая волна приходит в точки, где она существует, первой, опережая прямую и отраженную волны.

Все сказанное относится к случаю $n = \dfrac{c}{c_1} < 1$.

Если $n>1$, $arc\,sin\,n$ оказывается мнимой величиной, а боковая волна в верхней среде будет иметь вид поверхностной, затухающей экспоненциально в направлении *z*.

Таким образом, боковая волна во всех случаях связана с преломленной волной, распространяющейся в нижней, отражающей среде, то есть как бы сбоку от основной трассы. Отсюда ее название.

Большая часть энергии в боковой волне распространяется высоко над Землей (выше зоны застройки), испытывая при этом минимальное затухание. По мере распространения часть энергии волны за счет дифракции проникает в слой городской застройки, обеспечивая тем самым связь между корреспондентами. Такой способ распространения, когда траектория движения волны приподнимается над поверхностью Земли и только в пунктах передачи и приема примыкает к ней, акад. Л.И. Мандельштам образно назвал эффектом «взлётной» и «посадочной» площадок.

Возможность связи двух подвижных радиостанций в городе зависит именно от состояния этих площадок. Не раз отмечались случаи, когда прерванную связь удавалось восстановить, когда один из корреспондентов выезжал на открытую местность – площадь, мост и пр.

В значительной степени условия распространения УКВ зависят от особенностей планировки городского района. Улицы и автомагистрали определяют направления преимущественного распространения радиоволн, вдоль которых уровень сигнала на 10 – 20 дБ выше, чем в других направлениях На площадях и перекрестках за счет эффектов дифракции происходит возбуждение волн в боковых улицах, но их интенсивность гораздо меньше.

В связи с невозможностью полного учета всего многообразия условий, в которых происходит распространение УКВ в городе, единственными в настоящее время способами получения удовлетворительных количественных прогнозов являются статистическая обработка результатов измерений и математическое моделирование.

ПРИЛОЖЕНИЕ. НЕТРАДИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД И ПРОЦЕССОВ

П-1. Фрактальные методы

До сих пор в анализе поведения флуктуационных характеристик радио- и оптических волн, распространяющихся в тропосфере, мы пользовались широко известными методами статистического анализа. Однако в последнее время все чаще находят применение новационные методы, основанные на фрактальных и мультифрактальных представлениях о структуре сигнала и среды, в которой они распространяются. Появился даже термин «фрактальная радиофизика».

Мы установили, что поведение сигнала, а также случайно-неоднородной среды типа атмосферы Земли, непредсказуемо и применение детерминистских закономерностей становится невозможным и неоправданным. Их изучение требуют статистического анализа исследуемых величин. Наряду с обычно используемыми статистическими параметрами, такими, как средние значения, дисперсии, корреляционные функции и моменты более высоких порядков, применения теории выборок и др., относительно недавно исследователи стали использовать для изучения стохастических процессов иные методы, - фрактальный и вейвлет-анализ. Особенность этих методов состоит в том, что они дают как локальные характеристики, так и, в результате проведения процедуры усреднения по большим интервалам, – глобальные характеристики изучаемого процесса.

В последнее время фрактальные представления, как уже было сказано, широко используются для описания структуры случайно-неоднородной атмосферы и распространяющихся в ней электромагнитных волн. С математической точки зрения фрактал – это множество с дробной размерностью. Для точки топологическая размерность равна нулю, линии – единице, поверхности – два и так далее. Но как представить множество с размерностью, к примеру, 3/2? По-видимому, для этого нужно нечто промежуточное между длиной и площадью. Так что, если длину представить мерой единица, а площадь – мерой два, то требуется мера 3/2. Такую α-меру определил Хаусдорф для любого $\alpha \geq 0$. Каждому множеству в евклидовом пространстве он сопоставил число, которое назвал метрической размерностью. Он же привел первые примеры множеств с дробной размерностью. Оказалось, что именно она характеризует канторово множество, кривую Коха и другие необычные объекты, которые до недавнего времени были известны, в основном, математикам. Идеи Хаусдорфа впоследствии были развиты Безиковичем, и размерность Хаусдорфа-Безиковича получила широкое применение в ряде разделов математики. Широкому применению этих понятий в других областях (включая исследования по гуманитарным проблемам) способствовали работы Б. Мандельброта, который ввел понятие фрактала, что в переводе с латинского означает «дробный». Он впервые привел примеры

применения понятия фрактала к объяснению некоторых природных явлений. Он же отметил и особое свойство фракталов: если разбить его на сколь угодно малые части, каждая его часть оказывается просто уменьшенной копией целого. Это свойство получило название самоподобия. Оно резко отличает фракталы от объектов классической геометрии.

Известно, что конденсированное состояние вещества может существовать не только в форме плотной сплошной среды, но и в виде сильно разрыхленных пористых структур. Если образование является компактным, число структурных элементов (атомов, молекул, частиц) в зародыше новой фазы размера R определяется соотношением

$$N \propto R^{d}. \qquad \text{(П-1.1)}$$

Здесь d – размерность пространства.

В случае некомпактных сред картина совершенно другая. Для рыхлого фрактального агрегата число частиц размером R

$$N \propto R^{D}. \qquad \text{(П-1.2)}$$

В этом выражении D – фрактальная размерность. Она не совпадает с размерностью пространства d в соотношении (1) для плотного состояния. В результате плотность

$$\rho \propto R^{-(d-D)} \text{ при } d > D \qquad \text{(П-1.3)}$$

для рыхлой структуры будет убывающей функцией размера, тогда как для компактного образования она от размера не зависит:

$$\rho = \frac{N}{\mathrm{V}}, \qquad \text{(П-1.4)}$$

где V – объем.

Чем больше различие между фрактальной D и топологической d размерностями, тем более рыхлой является фрактальная структура.

Такой подход к изучению фрактальной структуры вещества может быть использован для анализа атмосферной турбулентности. Если представить область, в которой движется турбулентная воздушная масса, разбитой на ячейки с ребром ℓ_0, соответствующим колмогоровскому масштабу, в фиксированный момент времени движение в одних ячейках будет турбулентным, в других – ламинарным, безвихревым. Вихри такого масштаба под действием вязкости быстро затухают. Введем вероятность p, с которой турбулизована данная ячейка. Если $p = 0$, турбулизованных ячеек нет. При $p = 1$ все ячейки оказываются турбулизованными. Существует некоторая критическая концентрация при вероятности $0 < p_c < 1$, при которой впервые возникает бесконечный кластер из турбулизованных ячеек. И тогда ситуация резко меняется. До его появления вся вводимая в область движения энергия шла на увеличение числа турбулизованных ячеек и диссипацию. С появлением кластера эта энергия может отводиться по нему из области турбулентного движения. При этом концентрация турбулизованных ячеек может флуктуационно возрастать. Но под действием вязкости новые ячейки будут

затухать, поскольку не будет постоянного подвода к ним энергии. В сам**о**м бесконечном кластере устойчивым будет лишь скелет, состоящий из множества ячеек, принадлежащих бесконечным путям по кластеру. Под действием вязкости конечные ветки кластера будут, как уже было сказано, затухать. Образуемые в таких системах критические кластеры представляют собой фрактальные объекты. Можно показать, что универсальный критический параметр υ зависит только от топологической размерности пространства, поскольку характерный размер вихревого кластера вблизи p_c определяется соотношением:

$$\ell \sim \left| p_c - p \right|^{-\upsilon}. \qquad (\text{П-1.5})$$

Как показали многие авторы, применявшие различные модели, при d=3 υ=0.9. С учетом этого значения определяют фрактальную размерность вихревого кластера как D=5/3. Пористость кластера проявляется в реальности через перемежаемость областей сильной и слабой турбулентности.

Теперь рассмотрим кратко методы фрактального анализа флуктуационных характеристик электромагнитных сигналов.

Пусть имеется некоторый случайный процесс $X(t)$. Определим его приращение во времени:

$$\Delta X(t) = X(t_2) - X(t_1),\ t_2 - t_1 = \Delta t. \qquad (\text{П-1.6})$$

Пусть это приращение имеет гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma^2 (t_2 - t_1)^{2H}$ при $t_2 > t_1$:

$$f(\Delta X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma (t_2 - t_1)^H} \int_{-\infty}^{x} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{u}{\sigma (t_2 - t_1)} \right] \right\} du^2. \qquad (\text{П-1.7})$$

Отсюда вытекают соответствующие выражения для дисперсии и математического ожидания для любых t_1 и t_2:

$$\left\langle \left[X(t_2) - X(t_1) \right]^2 \right\rangle = \sigma^2 \left| t_2 - t_1 \right|^{2H}, \qquad (\text{П-1.8})$$

$$\left\langle \left| X(t_2) - X(t_1) \right| \right\rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \left(t_2 - t_1 \right)^H. \qquad (\text{П-1.9})$$

Параметр H, входящий в эти соотношения, носит название параметра Херста. Удовлетворяющий этим соотношениям сигнал будет обладать свойством статистического самоподобия, то есть

$$X(t + \Delta t) - X(t) = \frac{1}{r^H} [X(t + r\Delta t) - X(t)],$$

для любого $r > 0$.

Свойство самоподобия определяет масштабную инвариантность фрактала, так называемый скейлинг. Для реального естественного фрактала существует, очевидно, определенный масштаб скейлинга, характеризующий

некоторые минимальные и максимальные масштабы длины, вне пределов которого свойство самоподобия пропадает.

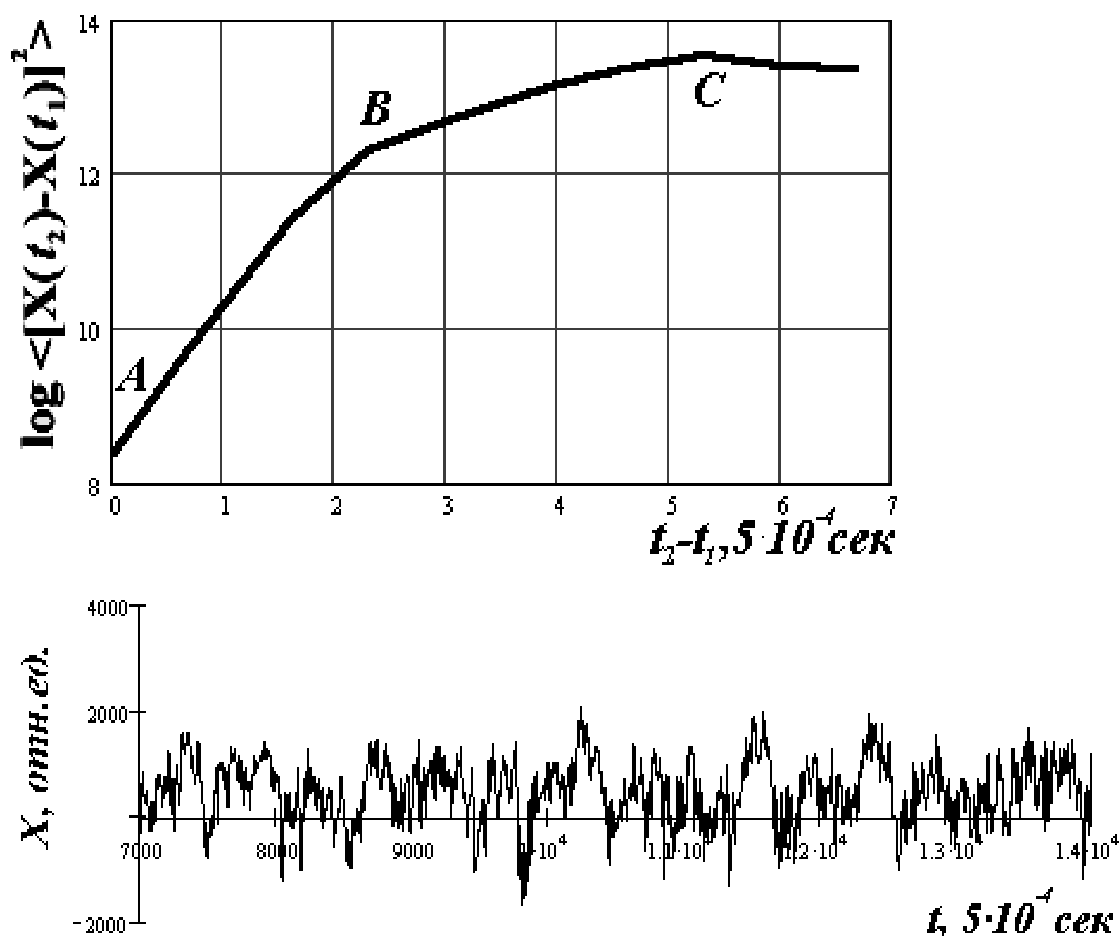


Рис.39. Зависимость логарифма дисперсии приращений сигнала от величины интервала $t_2 - t_1 = \Delta t$ (*а*) для временного изменения флуктуаций интенсивности лазерного пучка в фиксированной точке приемной апертуры (*б*).

Статистическое самоподобие сигнала определяет фрактальную структуру графика $X(t)$. Оценка показывает, что фрактальная размерность и параметр Херста в этом случае связаны соотношением:

$$D = 2 - H.$$

На практике для определения параметра Херста обычно используют соотношение

$$\log\left\langle\left[X(t_2) - X(t_1)\right]^2\right\rangle = \log\sigma^2 + 2H\log(t_2 - t_1), \quad \text{(П-1.10)}$$

являющегося следствием формулы (8) и свидетельствующего, что величина 2H определяется тангенсом угла наклона зависимости $\log\left\langle\left[X(t_2) - X(t_1)\right]^2\right\rangle$ от $\log(t_2 - t_1)$. Участки, на которых *D* >1, характеризуют сигнал, в котором присутствуют фрактальные свойства. Соответствующая иллюстрация представлена на рис.39, где такие свойства отмечаются на участке *BC*. Близость

значения D к единице на определенном участке прямой свидетельствует от отсутствии фрактальных свойств сигнала на соответствующем участке (AB на рис. 39).

Существует особый класс неоднородных фрактальных объектов, для полного описания которых недостаточно введения лишь одной фрактальной размерности D, а необходим целый спектр таких размерностей. Такие объекты носят название мультифракталов. Наряду с чисто геометрическими характеристиками, определяемыми параметром D , такие фракталы обладают еще и некоторыми статистическими свойствами. Идея мультифрактального анализа состоит в разложении анализируемого множества со сложной статистикой по множествам однородных фракталов с четко выраженной фрактальной размерностью. Для характеристики мультифрактального множества используют понятие функции мультифрактального спектра или спектра сингулярностей мультифрактала. Таким образом, мультифрактал представляется как объединение различных однородных фрактальных подмножеств, каждое из которых имеет собственное значение фрактальной размерности.

П-2. Вейвлет-преобразования

Использование вейвлет-анализа стало важной частью обработки сложных сигналов. Он позволяет получить дополнительные по сравнению с обычным статистическим анализом характеристики сигналов и расширить подходы к оценке параметров скейлинга. Вейвлет-преобразование одномерного сигнала состоит в его разложении по базису, сконструированному из солитоноподобной функции – вейвлета – с помощью масштабных перемещений и переносов. Каждая из функций этого базиса характеризует и определенную пространственную (временную) частоту, и ее локализацию в физическом пространстве (времени).

К понятиям вейвлет-анализа обычно подходят путём аналогий с преобразованием Фурье. Пусть функция $X(t)$ описывает форму сигнала. Ее преобразование Фурье в качестве базисных функций использует синус и косинус, представляемые комплексной экспонентой

$$e^{imt} = \cos(mt) + i\sin(mt).$$

То есть

$$X(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_m \exp(imt) \cdot \qquad (П\text{-}2.1)$$

Пусть функция $X(t)$ периодична на интервале $[0,2\pi]$. Тогда коэффициенты C_m имеют вид:

$$C_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(t) \exp^{-imt} dt. \qquad (П\text{-}2.2)$$

Такое преобразование Фурье позволяет единообразно представить широкий ряд функций в виде разложения по базисным функциям $\psi_m(t) = e^{imt}$ и часто используется на практике. Но для представления сложных функций с локальными особенностями (резкими перепадами, разрывами, скачками и пр.) такого вида базисные функции - явно не самый удачный выбор, поскольку возникают вычислительные сложности при расчетах бесконечного числа членов ряда, а их ограничение становится причиной больших ошибок. Тогда на помощь приходят вейвлеты и вейвлет-преобразования, позволяющие избавиться от этих неприятных моментов. В переводе с английского термин *wavelet* означает «маленькая волна» и занимает промежуточное положение между синусоидами и δ-образными импульсными функциями.

Чтобы осуществить разложение анализируемой функции по вейвлетам $\psi(t)$ необходимо предусмотреть систему сдвигов выбранного вейвлета вдоль оси (к примеру, $\psi(t-k)$), а также ввести некий аналог частоты *m.* Для определенности, запишем ее через степени двойки: $\psi(2^j t - k)$, где j и k – целые числа. Это позволяет с помощью единственного базисного вейвлета $\psi(t)$ с помощью масштабных дискретных преобразований $(1/2^j)$ и сдвигов $(k/2^j)$ покрыть всю ось t и описать все частоты. Построенная таким образом система вейвлетов формирует ортонормированный базис и обладает тем свойством, что, если вейвлет $\psi(t)$ нормирован на единицу, то все вейвлеты семейства $\{\psi_{jk}\}$

$$\psi_{jk}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k) \qquad \text{(П-2.3)}$$

также нормированы на единицу.

Исследуемая функция $X(t)$ может быть разложена по этому базису:

$$X(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} C_{jk}\psi_{jk}(t)\,. \qquad \text{(П-2.4)}$$

Существует ряд часто применяемых вейвлетов. Примером простейшего ортогонального вейвлета служит HAAR-вейвлет:

$$\psi^H(t) = \begin{cases} 1, 0 \le t < 1/2; \\ -1, 1/2 < t < 1; \\ 0, t < 0, t \ge 1. \end{cases} \qquad \text{(П-2.5)}$$

Каждый вейвлет имеет характерные особенности во временном и частотном пространстве. Но, поскольку некоторые важные свойства вейвлет-преобразования не зависят от выбора вейвлета, такой анализ позволяет получать и объективную информацию об анализируемом сигнале.

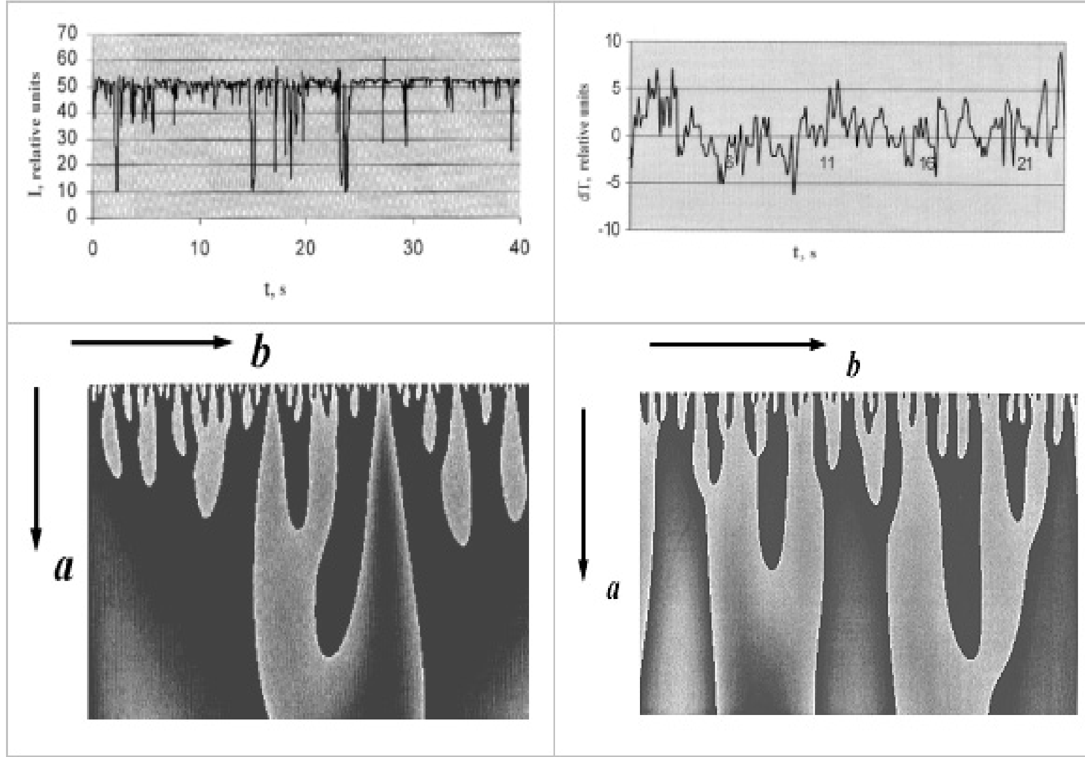


Рис. 40. Временные изменения локальной интенсивности лазерного излучения на наклонной трассе (верхняя кривая слева) и временные флуктуации температуры в пункте приема в двух точках, разнесенных на расстояние 1 см (верхняя кривая справа). Внизу - соответствующие картины вейвлет-коэффициентов (*a* – масштабный коэффициент, *b* – параметр сдвига)

С помощью непрерывных масштабных преобразований и переносов вейвлета $\psi(t)$ с произвольными значениями базисных параметров (масштабного коэффициента *a* и параметра сдвига *b*) конструируем базис функционального пространства - систему базисных вейвлетов:

$$\psi_{ab}(t) = |a|^{1/2}\psi(\frac{t-b}{a}). \qquad (\text{П-2.6})$$

На основе этой системы записывается интегральное вейвлет-преобразование функции $X(t)$:

$$[W_\psi X](A,B) = |a|^{-1/2}\int_{-\infty}^{\infty} X(t)\psi^*(\frac{t-b}{a})dt = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)\psi^*_{ab}(t)dt\,. \qquad (\text{П-2.7})$$

В этих обозначениях коэффициенты C_{jk} разложения **(**4**)** запишутся в виде:

$$C_{jk} = [W_\psi X](\frac{1}{2^j}, \frac{k}{2^j}). \qquad (\text{П-2.8})$$

Нужно иметь в виду, что коэффициенты $W_\psi(a,b)$ содержат комбинированную информацию как об используемом вейвлете, так и об анализируемом сигнале, поскольку представляют скалярное произведение анализирующего вейвлета на заданном масштабе и анализируемого сигнала.

На рис.40 приведены в качестве примера результаты применения вейвлет-преобразования для анализа зарегистрированных в эксперименте флуктуаций интенсивности лазерного излучения на наклонной трассе длиной 320 м в приземном слое и флуктуаций температуры в точке приема.

Применение описанного метода позволяет, в частности, увидеть «скрытую» периодичность флуктуаций исследуемого сигнала, которую не представляется возможным проследить с помощью общепринятых методов исследования. Наблюдаемые на картинах коэффициентов ветвления отдельных участков могут свидетельствовать о фрактальных особенностях в структуре электромагнитного излучения, а, следовательно, и среды распространения сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Долуханов М.П. *Распространение радиоволн*. – М.: Связь, 1972.

2. Виноградова М.Б., Семенов А.А. *Основы теории распространения ультракоротких радиоволн в тропосфере*. – М.: Изд. АН СССР, 1963.

3. Семенов А.А., Арсеньян Т.И.. *Флуктуации электромагнитных волн на приземных трассах.* – М.: Наука, 1978.

4. Долуханов М.П. *Флуктуационные процессы при распространении радиоволн.* – М.: Связь, 1971.

5. Семенов А.А. *Теория электромагнитных волн.* – М,: Изд-во Моск. Ун-та, 1968.

6. Черный Ф.Б. *Распространение радиоволн*. – М.: Сов. Радио, 1962.

7. Давыденко Ю.И. *Дальняя тропосферная радиосвязь*. – М.: . Военное изд-во Министерства обороны,т 1968.

8. Шарыгин Г.С. *Статистическая структура поля УКВ за горизонтом.* – М.: Радио и связь, 1983.

9. Арсеньян Т.И., Семенов А.А.. *Интенсивность турбулентных флуктуаций показателя преломления в атмосфере.*//Зарубежная радиоэлектроника, 1994, № 9–10, с. 44–61.

10. Арсеньян Т.И., Семенов А.А. *Затухание ультракоротких радиоволн в песчано-пылевом аэрозоле.*// Зарубежная радиоэлектроника, 1995, № 1, с. 16–26.

11. Арсеньян Т.И., Короленко П.В. *Оптика случайно-неоднородных сред и проблемы распространения лазерного излучения в тропосфере*. Учебное пособие. – М.: Физ. фак-т МГУ, 2001.

12. Пономарев Г.А., Куликов А.Н, Тельпуховский В.П. и др. *Распространение УКВ в городе*. – Томск, ИП «Раско», 1991.

13. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. *Оптика турбулентной атмосферы*. – Л-д.: Гидрометеоиздат, 1988.

14. Татарский В.И. *Распространение радиоволн в турбулентной атмосфере*. – М.: Наука, 1967.

15. Короленко П.В., Маганова В.С., Меснянкин А.В. *Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования*. Учебное пособие. – М.: Физический фак-т МГУ, НИИЯФ им. Д.В. Скобельцина, 2004.

16. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. *Прохождение радиоволн через атмосферу Земли.*- М.: «Радио и связь», 1983.

17. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. *Введение в статистическую радиофизику.* Ч. II. Случайные поля. – М.: Наука, 1978.

18. Исимару А. *Распространение и рассеяние волн в случайных средах*. В 2 томах. Пер. с англ. – М.: Мир, 1981.

19. Чернов Л.А. *Распространение волн в среде со случайными неоднородностями.* – М.: Изд. АН СССР. 1958.